Numero e titolo:		**Categorie:**								**Ambito*:**							**Origine:**
1.	Il codice del palazzo	3	4							Ar				Co			UD
2.	I sette nani si pesano	3	4							Ar							fj
3.	Una partita a dadi	3	4							Ar			Lo				UD
4.	Formiche sulla rete	3	4	5								Geo					RZ
5.	Che bella bandiera	3	4	5								Geo					SI
6.	Labirinto aritmetico		4	5	6					Ar		Geo					SI
7.	Da 0 a 700			5	6					Ar							MI
8.	La faccia nascosta del cubo			5	6							Geo	Lo				FC
9.	Triangoli di gettoni			5	6	7				Ar						F	FC
10.	Finale del 18° RMT			5	6	7	8			Ar		Geo					SI
11.	Il pacco di caramelle				6	7	8			Ar	Alg		Lo				BB
12.	Sport diversi				6	7	8						Lo				SI
13.	Andiamo al supermercato					7	8	9	10	Ar			Lo		Mes		TI
14.	Un bel manifesto					7	8	9	10	Ar		Geo			Mes		CA+PR
15.	Triangolo celebre					7	8	9	10	Ar						F	fj
16.	Il tappeto di carte						8	9	10	Ar		Geo					LU+fj
17.	Tic tac							9	10	Ar							gpp
18.	La vacanza							9	10	Ar					Mes		LO
19.	Spirali							9	10	Ar	Alg				Mes	F	SI

* Ar: Aritmetica Alg: Algebra Geo: geometria Lo: logica
Co: combinatoria Mes: misure F: funzioni

1. IL CODICE DEL PALAZZO (Cat. 3, 4) ©ARMT 2010 - 18° - finale

Ecco la tastiera che si trova all'entrata di un palazzo:

A	B	C
D	E	F

Componendo un codice si può aprire la porta d'ingresso. Il codice deve essere composto da due lettere diverse. Per esempio con le lettere B e F si possono formare due codici diversi: BF e FB. Invece BB non è un codice che apre la porta.

In questo palazzo ci sono 35 appartamenti. I proprietari vorrebbero avere, ciascuno, un codice diverso.

Sarà possibile avere 35 codici diversi, di due lettere, per aprire la porta d'ingresso?

Spiegate perché è possibile o perché non è possibile.

---

2. I SETTE NANI SI PESANO (Cat. 3, 4) ©ARMT 2010 - 18° - finale

Biancaneve ha regalato una bilancia ai sette nani.

Essi salgono uno dopo l'altro sulla bilancia e scrivono i loro pesi su un foglio di carta che danno a Biancaneve, senza mettere i loro nomi:

22 chili 14 chili 16 chili 11 chili 17 chili 24 chili 19 chili

Poi, per gioco, salgono a coppie sulla bilancia tranne Brontolo che non vuole giocare.
Quindi dicono a Biancaneve che:

- Pisolo e Dotto erano insieme sulla bilancia
- Mammolo e Gongolo erano insieme sulla bilancia
- Eolo e Cucciolo erano insieme sulla bilancia

e aggiungono con sorpresa che la bilancia indicava ogni volta lo stesso peso.
Biancaneve esclama:
"Non ditemi più niente, adesso so qual è il peso di Brontolo".

Qual è il peso di Brontolo?

Spiegate come avete fatto a trovarlo.

3. UNA PARTITA A DADI (Cat. 3, 4) ©ARMT 2010 - 18° - finale

Alberto e Monica hanno due dadi, con 1, 2, 3, 4, 5 e 6 punti sulle facce.
Inventano un gioco che si svolge in dieci tappe.
A turno ciascun giocatore, uno dopo l'altro:

- lancia i due dadi,
- addiziona i numeri dei punti indicati sui due dadi,
- aggiunge questo risultato ai punti ottenuti nelle tappe precedenti.

Vince chi riesce ad ottenere il punteggio maggiore al termine del gioco.
Dopo dieci lanci Alberto ha finito di giocare e ha ottenuto 52 punti.
Dopo nove lanci Monica ha già totalizzato 43 punti. Lancia i dadi per l'ultima volta, ma un dado cade e va sotto l'armadio dove non lo si può vedere.

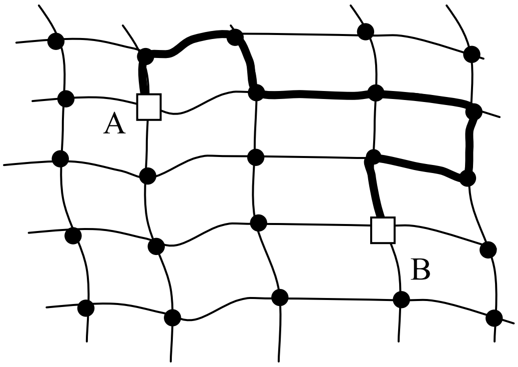
Alberto guarda il dado che è sul tavolo e dice: "Non hai vinto!"

Quanti punti può aver visto Alberto sul dado che è sul tavolo per essere sicuro che Monica non abbia vinto?

Spiegate la vostra risposta.

4. FORMICHE SULLA RETE (Cat. 3, 4, 5) ©ARMT 2010 - 18° - finale

Alice (A) e Beatrice (B) sono due formiche che abitano ciascuna su un nodo di una rete.
Un giorno Alice va da Beatrice camminando lungo le corde della rete e passa per sette nodi senza contare il nodo di partenza e quello di arrivo, come indicato nella figura:

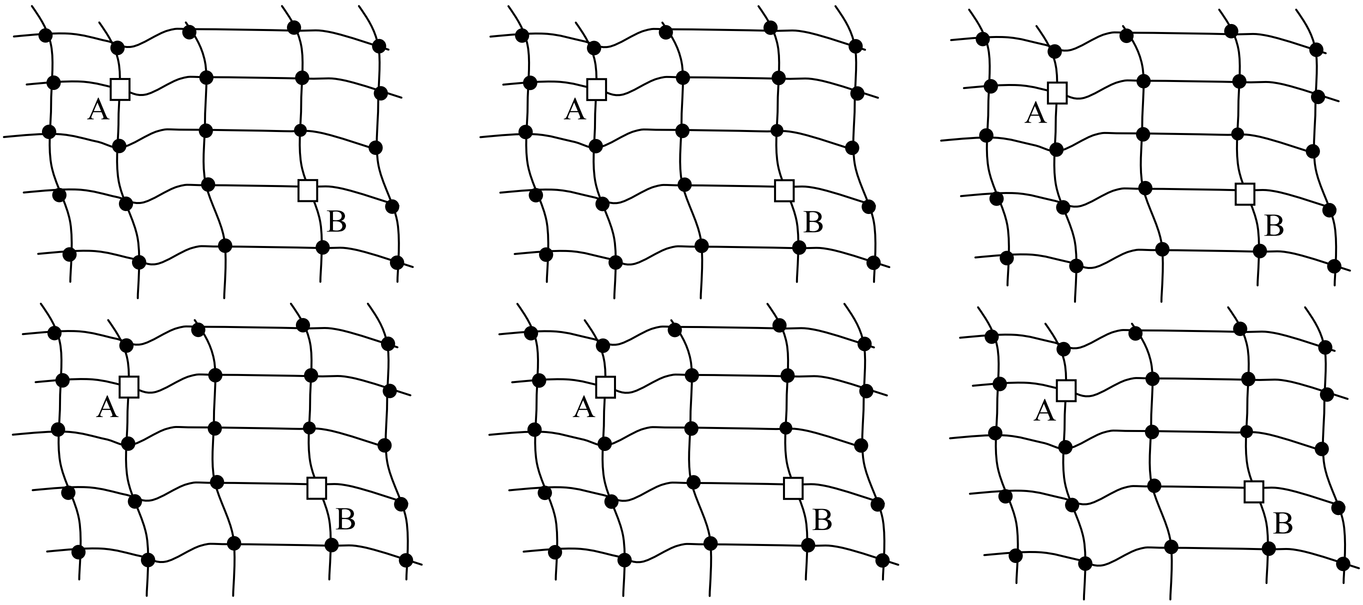


Beatrice dice ad Alice: "Tu non hai scelto il percorso più corto!".
Alice risponde: "Lunedì, verrò seguendo un percorso che passa per il minor numero possibile di nodi".
Allora Beatrice lancia una sfida: "Sarebbe bello che la settimana prossima tu potessi venire da me scegliendo ogni giorno un percorso diverso e passando per il minor numero possibile di nodi".

Alice potrà scegliere per ognuno dei sette giorni della settimana un percorso diverso, in modo che ciascuno dei percorsi passi per il minor numero possibile di nodi?

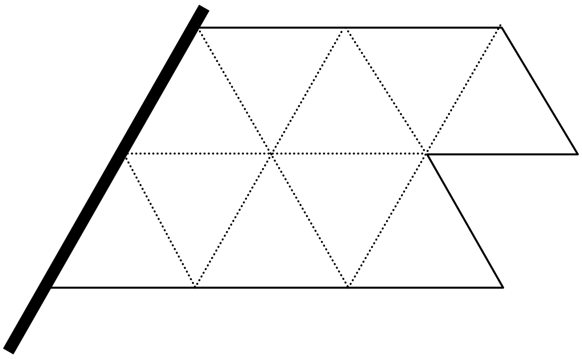
Spiegate la vostra risposta.

Per spiegare la vostra risposta disegnate su queste reti i percorsi di Alice che passano per il minor numero possibile di nodi :



5. CHE BELLA BANDIERA! (Cat. 3, 4, 5) ©ARMT 2010 - 18° - finale

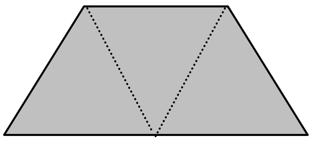
Le bandiere di Transalpinia hanno tutte la stessa forma e gli stessi colori. Sono divise in dieci triangoli uguali disposti come su questo disegno:

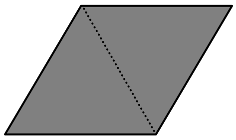


Le bandiere sono tutte formate da due tipi di pezzi di tessuto, cuciti insieme:

pezzi gialli, di questa forma, composti da tre triangoli

pezzi rossi, di questa forma, composti da due triangoli





Ci sono diversi modi per riunire questi pezzi e farne una bandiera, senza sovrapporli e senza lasciare spazi vuoti.

Ciascuna delle sette grandi città di Transalpinia vorrebbe avere una bandiera diversa da quelle delle altre sei città. E' possibile fabbricare sette bandiere tutte diverse tra loro?

Spiegate la vostra risposta.

Per spiegare la vostra risposta, colorate su questi disegni le bandiere che avete trovato:

6. LABIRINTO ARITMETICO (Cat. 4, 5, 6) ©ARMT 2010 - 18° - finale

In questo labirinto si entra da una casella in grigio chiaro (sul bordo) e si esce dalla casella 30.

Si passa da una casella ad una casella vicina (che tocca quella dove ci si trova con un lato o con un vertice) rispettando una o l'altra delle due regole seguenti:

regola 1: il numero della casella vicina sulla quale si vuole andare vale 6 di più del numero della casella dove ci si trova

regola 2: il numero della casella vicina sulla quale si vuole andare vale 4 di meno del numero della casella dove ci si trova.

Ad esempio, se si è sulla casella 7, si può andare sulla casella 13 (7 + 6) o sulla casella 3 (7 - 4); se si è sulla casella 4 si può andare soltanto sulla casella 10 (4 + 6).

1	2	3	4	5
6	7	18	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25
26	27	28	29	30

uscita

Quali sono le caselle dalle quali si può entrare nel labirinto essendo sicuri di uscire dalla casella 30?

Per ciascuna di queste caselle d'entrata, indicate per quali caselle si può passare per andare dalla casella d'entrata alla casella 30 d'uscita.

---

7. DA 0 A 700 (Cat. 5, 6) ©ARMT 2010 - 18° - finale

Bernardo cerca di costruire una successione di numeri, che inizia da 0 e che deve finire a 700 con queste due "macchine":

- "addizionare 7" → (+ 7) → e "moltiplicare per 7"

- Ha iniziato utilizzando solo la macchina "addizionare 7":

  0 → (+ 7) → 7 → (+ 7) → 14 → (+ 7) → 21 → (+ 7) → 28 → (+ 7) → 35 → (+ 7) → ...

  e ha constatato che la sua successione arriverebbe a 700, ma che sarebbe lunghissima.

- Decide allora di utilizzare anche la macchina "moltiplicare per 7":

  0 → (+ 7) → 7 → (x 7) → 49 → (x 7) → 343 → (x 7) → 2401

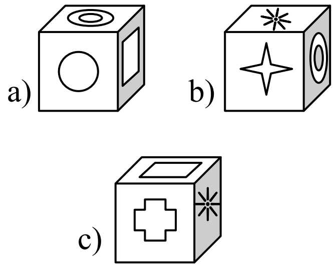
ma non ha scelto molto bene le sue macchine; è andato troppo veloce e ha sorpassato 700 dopo quattro tappe.

Cercate di raggiungere 700 partendo da 0, utilizzando alcune macchine "addizionare 7" e "moltiplicare per 7".

Scrivete la successione più corta (quella che utilizza il minor numero di macchine) che avete trovato.

8. LA FACCIA NASCOSTA DEL CUBO (Cat. 5, 6) ©ARMT 2010 - 18° - finale

Sulle facce di un cubo sono disegnate le sei figure seguenti:



A destra ci sono tre foto di questo cubo sistemato in posizioni differenti: a), b), c).

Osservando queste foto dite qual è la figura disegnata sulla faccia opposta a quella sulla quale è stato disegnato il cerchio .

Spiegate come avete trovato la risposta.

---

9. GETTONI IN TRIANGOLI (Cat. 5, 6, 7) ©ARMT 2010 - 18° - finale

Anna possiede una scatola con 120 gettoni tondi, tutti identici.
Li dispone sul tavolo e forma una successione regolare di "triangoli" nei quali i gettoni sono sistemati gli uni contro gli altri. Ecco i primi cinque triangoli:

Tr. 1 *Tr. 2* *Tr. 3* *Tr. 4* *Tr. 5* ...

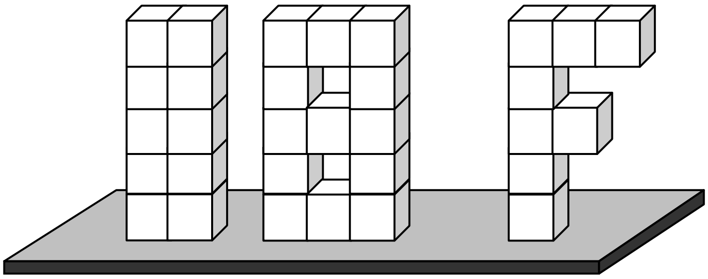
Anna continua così e forma nuovi triangoli che hanno sempre una riga in più dei precedenti. Nel momento in cui ha finito uno di questi triangoli, si rende conto che la sua scatola è vuota e che ha utilizzato i 120 gettoni per fare tutti i triangoli.
Un po' più tardi, il suo fratellino Pierino passa davanti al tavolo e osserva le costruzioni fatte da Anna. Calcola poi il numero di gettoni di cui avrebbe bisogno per fare il triangolo successivo. Poiché non ci sono più gettoni nella scatola, disfa alcuni triangoli di sua sorella, utilizza tutti i gettoni dei triangoli che ha disfatto e finisce esattamente il triangolo che viene subito dopo quello che Anna aveva costruito per ultimo.

Quali sono i triangoli di Anna che Pierino potrebbe aver utilizzato completamente per costruire il suo?

Mostrate i dettagli dei vostri calcoli.

10. FINALE DEL 18º RMT (Cat. 5, 6, 7, 8) ©ARMT 2010 - 18° - finale

Come trofeo per la finale del 18º RMT, Leo ha costruito le cifre 1 e 8 e la lettera F, incollando cubi di polistirolo bianchi tutti uguali, che ha in seguito incollato insieme su un piedistallo.



Dopo averli incollati al piedistallo, ha deciso di abbellire la sua costruzione ricoprendo completamente l' « 1 », l'« 8 » e la « F » con uno strato uniforme di pittura rossa.
Per dipingere l'« 1 », Leo ha utilizzato 48 cl di pittura rossa.

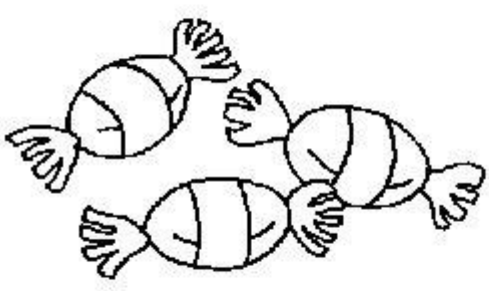
Quale quantità di pittura rossa ha utilizzato Leo per dipingere tutti e tre i pezzi?

Spiegate come avete fatto per trovare la risposta.

---

11. IL PACCO DI CARAMELLE (Cat. 6, 7, 8) ©ARMT 2010 - 18° - finale

In un pacco di caramelle~~,~~ alcune sono blu, altre sono rosse e altre sono verdi.



28 caramelle non sono rosse.

39 caramelle non sono blu.

31 caramelle non sono verdi.

Quante caramelle di ciascun colore ci sono nel pacco?

Spiegate come avete trovato la risposta.

---

12. SPORT DIVERSI (Cat. 6, 7, 8) ©ARMT 2010 - 18° - finale

Giacomo, Luigi, Franco e Bernardo sono quattro amici che praticano ciascuno uno solo dei seguenti sport: calcio, basket, scherma, pallavolo.
Giacomo e l'amico che gioca a calcio amano solo la musica jazz.
Luigi e l'amico che gioca a basket amano soltanto la musica classica.
Franco e l'amico che gioca a calcio vanno spesso al cinema insieme.
Luigi detesta qualunque tipo di arma.

Quale sport pratica ciascuno dei quattro amici?

Spiegate il vostro ragionamento.

---

13. ANDIAMO AL SUPERMERCATO (Cat. 7, 8, 9, 10) ©ARMT 2010 - 18° - finale

Due ragazze, Carlotta e Anna, vogliono fare la spesa insieme e decidono di trovarsi all'entrata del supermercato alle 10.05.
L'orologio di Carlotta ritarda di 5 minuti, ma la ragazza pensa che anticipi di 6. Quello di Anna invece anticipa di 8 minuti, ma la ragazza pensa che ritardi di 4.
Le due ragazze arrivano al supermercato pensando di essere perfettamente in orario.

Chi arriva per prima? A che ora?

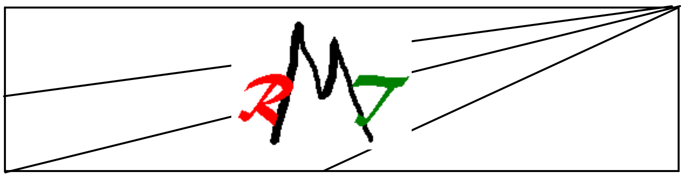
Quanto tempo prima dell'altra?

Spiegate il vostro ragionamento.

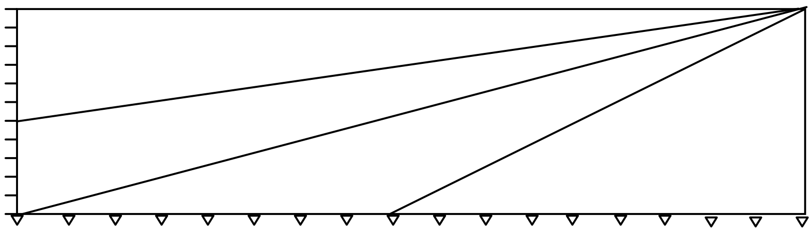
---

14. UN BEL MANIFESTO (Cat. 7, 8, 9, 10) ©ARMT 2010 - 18° - finale

Per la finale del Rally Matematico Transalpino si vuole realizzare un bel manifesto con il famoso logo del Rally.



Per disegnare lo sfondo si è suddiviso il lato più lungo del rettangolo in 17 parti uguali tra loro e il lato più corto in 11 parti uguali tra loro e si sono poi tracciati in modo preciso i segmenti che ripartiscono il rettangolo in quattro triangoli.



Ogni triangolo dello sfondo va colorato uniformemente con un colore diverso: giallo, blu, verde e arancione
Si decide di utilizzare colori speciali e molto costosi, che hanno però prezzi diversi a seconda del colore: il giallo costa più di tutti, il blu meno del giallo, il verde meno del blu e l'arancione è il meno costoso.

Come dovranno essere colorati i triangoli in modo da spendere il meno possibile?

Spiegate la vostra risposta e colorate i triangoli.

15. TRIANGOLO CELEBRE (Cat. 7, 8, 9, 10) ©ARMT 2010 - 18° - finale

La figura seguente, che ricorda un triangolo, era ben nota ai matematici dei secoli scorsi (Jia Xian in Cina, XI secolo; Tartaglia in Italia, XVI secolo; Pascal in Francia, XVII secolo).

Per inserire i numeri nelle caselle si segue la seguente procedura:

- nella prima e nell'ultima casella di ogni riga si mette il numero 1
- nelle altre caselle si mette la somma dei due numeri situati direttamente sopra il numero stesso.

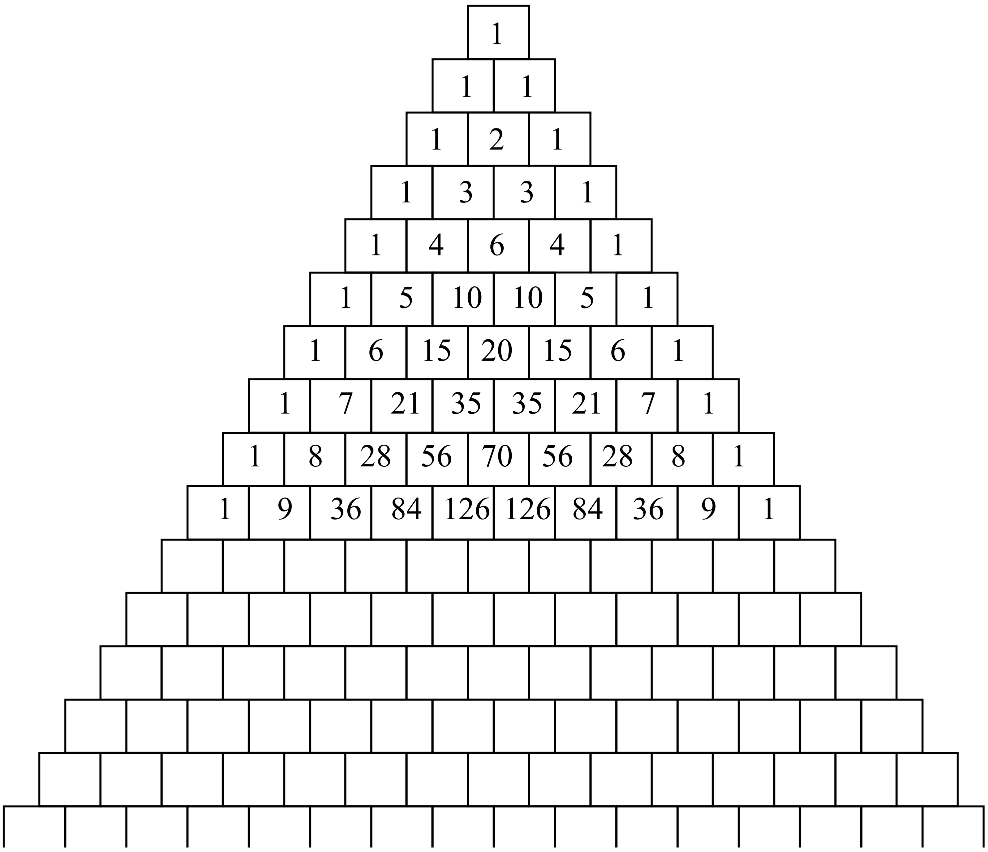
Giulio e Angela decidono di colorare in rosso le caselle che contengono un numero pari e di lasciare in bianco quelle che contengono un numero dispari.

Giulio dice:

"Ci sono poche caselle rosse in questo triangolo, ne ho trovata solo una sulle dieci caselle del triangolo formato dalle prime quattro righe (partendo dall'alto)".

Angela dice:

"Sì, ma il rapporto tra il numero delle caselle rosse e quello delle bianche aumenta. Ho trovato che un quarto delle caselle formate con le prime otto righe (partendo dall'alto) sono rosse".



Se continuate, riga per riga a colorare di rosso le caselle che contengono un numero pari troverete un triangolo nel quale più della metà delle caselle sono rosse?

Se sì, a partire da quale riga (partendo dall'alto)?

Spiegate la vostra risposta.

16. IL TAPPETO DI CARTE (Cat. 8, 9, 10)

Si vuole ricoprire un tappeto rettangolare i cui lati misurano 50 cm e 40 cm, con carte da gioco di lati 7 cm e 11 cm. Il tappeto deve essere ricoperto completamente senza che le carte da gioco ne oltrepassino i bordi. E' pertanto possibile che alcune carte si sovrappongano parzialmente (si usano solo carte intere).

Qual è il numero minimo di carte necessario per ricoprire interamente il tappeto?

Disegnate la vostra soluzione.

---

17. TIC TAC (Cat. 8, 9, 10)

Gli abitanti di Transalpinia sono assai precisi e amano molto gli orologi da muro; li mettono in ogni parte delle loro case, dalla cantina alla soffitta, li custodiscono e li ricaricano con cura.
L'ultimo censimento ha permesso di sapere che, al 1° gennaio 2010, in Transalpinia c'erano 34 532 377 abitanti suddivisi in 12 345 678 famiglie.
Ogni famiglia ha, in media, 15 orologi da muro, che fanno tic o tac ad ogni secondo.
Si sentirà dunque un grandissimo numero di tic e di tac in Transalpinia durante l'anno 2010.

Con quante cifre "0" terminerà questo numero?

Quale sarà l'ultima cifra diversa da "0" di questo numero?

Spiegate il vostro ragionamento.

---

18. LA VACANZA (Cat. 9, 10)

Silvana, Michele, Vincenza e Francesco partono per una vacanza e viaggiano insieme, ma ognuno con la propria moto, di cui conoscono bene il consumo di carburante:
- la moto di Silvana percorre in media 150 km con 13 litri di benzina.
- Michele ha osservato che la sua moto consuma 7 litri di benzina per 84 km.
- Vincenza sa che la sua moto consuma 10 litri di benzina per 125 km.
- la moto di Francesco percorre in media 240 km con 20 litri di benzina.

Essi hanno una carta di credito comune che utilizzano per fare il primo pieno al momento della partenza e poi per acquistare la benzina durante tutto il viaggio. Al loro ritorno osservano che hanno consumato 1200 litri di benzina per un importo di 1500 euro.

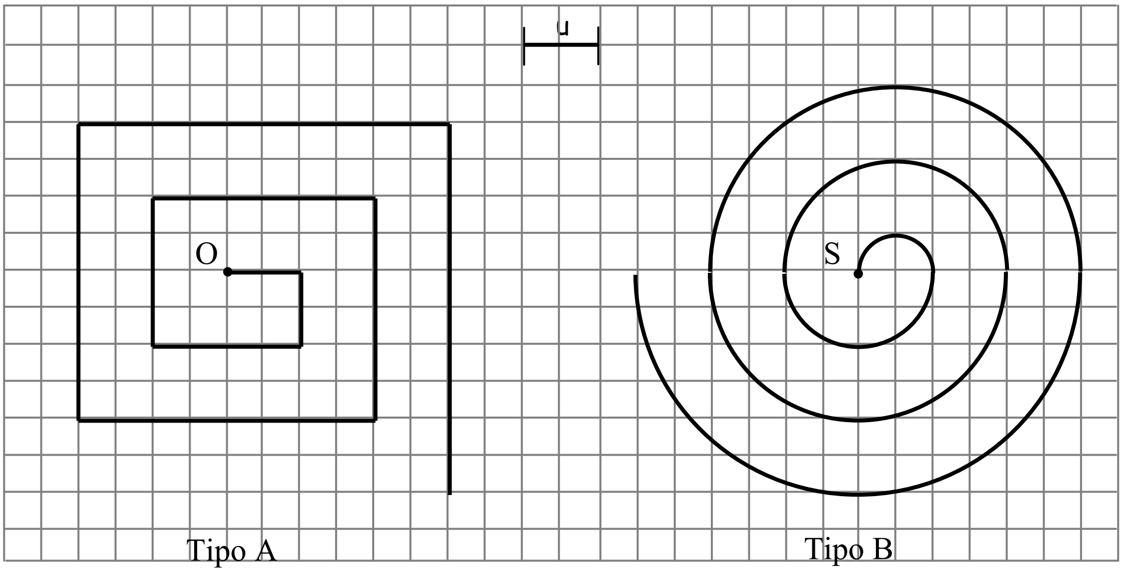
Quanto pagherà ciascuno per la benzina che ha consumato?

Spiegate come avete trovato le vostre risposte.

---

19. SPIRALI (CAT. 9, 10) ©ARMT 2010 - 18° - FINALE

Nella seguente quadrettatura sono disegnate due spirali di tipo diverso, una ottenuta unendo segmenti, l'altra unendo semicirconferenze:



La spirale di sinistra (tipo A) è costruita a partire dal punto O con 10 segmenti ed è lunga 30 unità.
La spirale di destra (tipo B) è costruita a partire dal punto S ed è formata da 6 semicirconferenze.

Qual è il minimo numero di segmenti necessari ad ottenere una spirale di tipo A che sia più lunga di una spirale di tipo B costruita con 30 semicirconferenze?

Date la vostra risposta e spiegate come avete ragionato.