	Titolo	Categorie	Ar	Alg	Geo	Lo/Co	Origine
1.	**La cordicella** (I)	3 4	x		x		rc
2.	**I bicchieri**	3 4	x				RO
3.	**I coniglietti**	3 4	x				10.II.1
4.	**Bianco o grigio?**	3 4 5				x	2.F.11
5.	**Pesciolini**	3 4 5			x		SI
6.	**Il puzzle**	4 5 6	x		x		5.I.11
7.	**Le macchinine** (I)	5 6 7	x				LO
8.	**La cordicella** (II**)**	5 6 7	x		x		rc
9.	**Rettangolo da completare**	5 6 7			x		RZ
10.	**Quante mele!**	5 6 7	x				PU
11.	**La marmellata di susine**	6 7 8	x				SI
12.	**Al ristorante**	6 7 8 9 10	x	x		x	BB
13.	**Gita in montagna**	7 8 9 10	x				SI
14.	**Le macchinine (II)**	8 9 10	x	x			LO+PR
15.	**Obiettivo 2013**	8 9 10	x				fj
16.	**Statistiche**	8 9 10	x	x			SI
17.	**Somma spaventosa**	8 9 10	x				SR
18.	**La formica sulla lattina**	9 10	x		x		PR

Ar: aritmetica

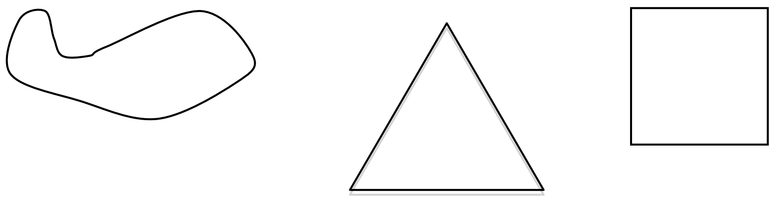
Alg: algebra

Geo: geometria

Lo/Co: logica e combinatoria

1. LA CORDICELLA (I) (Cat. 3, 4) ©ARMT 2013 - 21° - finale

Tommaso ha trovato una cordicella annodata con la quale si diverte a formare delle figure:



Forma dapprima un triangolo con i tre lati che misurano ognuno 16 cm.
Poi forma un quadrato.

Quanto misura un lato del quadrato di Tommaso?

Infine forma un rettangolo con la lunghezza doppia della larghezza.

Quanto misurano il lati del rettangolo?

Spiegate come avete trovato le vostre risposte.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Aritmetica: operazioni in N (moltiplicazioni e divisioni), ripartizione di una lunghezza in quattro parti proporzionali a quattro numeri
- Geometria: triangolo equilatero, quadrato, rettangolo e loro perimetro; isoperimetria

Analisi del compito

- Capire che tutte le figure hanno lo stesso perimetro, che è la lunghezza della cordicella, data dal triplo del lato del triangolo (16), cioè 48 cm.
- Calcolare poi la misura del lato del quadrato: 48 : 4 = 12 (in cm).
- Infine scomporre 48 cm in 4 lunghezze uguali due a due, le une doppie delle altre o scomporre 24 cm in due misure di cui una doppia dell'altra procedendo:
  - per tentativi e successivi aggiustamenti;
  - considerando, aiutandosi eventualmente con un disegno, che il lato minore è contenuto 3 volte in 24 cm o 6 volte in 48 cm, da cui le risposte 8 cm e 16 cm.

Soluzione

Risposte corrette (lato del quadrato 12 cm, lati del rettangolo 8 cm e 16 cm) con spiegazioni dettagliate

Livello: 3, 4

Origine: rc

2. I BICCHIERI (Cat. 3, 4) ©ARMT 2013 - 21° - finale

Alice vuole comprare 57 bicchieri.
Nel negozio vede che i bicchieri sono venduti in confezioni da 3 o da 5 pezzi.
Alice compra in tutto 13 confezioni in modo da avere esattamente 57 bicchieri.

Quante confezioni da tre bicchieri e quante confezioni da cinque bicchieri ha comprato Alice?

Spiegate come avete trovato la vostra risposta.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Aritmetica: decomposizione di 57 come somma di 13 addendi uguali a 3 e/o a 5

Analisi del compito

- Capire che le 13 confezioni non possono essere tutte dello stesso tipo poiché $13 \times 3 = 39$ e $13 \times 5 = 65$.
- Organizzare una ricerca per tentativi ed errori: cercare di ottenere 57 come somma di addendi 3 e 5 (13 addendi in tutto) e arrivare alla conclusione che sono necessari 4 addendi 3 e 9 addendi 5:
  $3 + 3 + 3 + 3 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 57$ (i tentativi possono essere organizzati con regolarità o esplicitati per mostrare l'unicità della soluzione).

Oppure:

organizzare una ricerca sistematica: considerare uno a uno i multipli di 3, calcolare la differenza con 57 e verificare se il numero che si ottiene è un multiplo di 5. Si trovano così quattro coppie di pacchetti da 3 e da 5 rispettivamente: 4 e 9, 9 e 6, 14 e 3, 19 e 0 e individuare infine l'unica coppia la cui somma è 13: Alice compra 4 confezioni da 3 bicchieri e 9 confezioni da 5 bicchieri.

Oppure:

considerare le decomposizioni di 13 come somma di due addendi ($12 + 1$; $11 + 2$; $10 + 3$; $9 + 4$; $8 + 5$ …) e per ciascuna di esse considerare i due casi possibili: $12 \times 5 + 1 \times 3$ o $1 \times 5 + 12 \times 3$, … fino a trovare che si ottiene 57 solo con $9 \times 5 + 4 \times 3$ e concludere che sono state acquistate 9 confezioni da 5 e 4 da 3.

Oppure:

constatare che se si sostituisce una confezione di 3 bicchieri con una confezione di 5 bicchieri, si aumenta il totale di 2 e, a partire da un tentativo come, per esempio, $13 \times 3 = 39$, constatare che mancano 18 bicchieri per arrivare a 57 e che bisogna pertanto sostituire 9 confezioni da 3 bicchieri con 9 confezioni da 5 bicchieri.

Soluzione

Risposta corretta (4 confezioni da 3 e 9 confezioni da 5), con spiegazione dettagliata della ricerca che mostri che c'è una unica soluzione

Livello: 3, 4

Origine: Rozzano

3. I CONIGLIETTI (Cat. 3, 4) ©ARMT 2013 - 21° - finale

Per rallegrare la sua casa, Matilde ha comprato 90 adesivi di coniglietti.
Ne incolla un po’ sulla porta del frigo.
In bagno ne incolla tre volte quelli che ha incollato sul frigo.
In camera sua ne incolla cinque volte quelli che ha incollato sulla porta del frigo.
A questo punto li ha incollati tutti.

Quanti coniglietti ha incollato sulla porta del frigo? Quanti in bagno? E quanti nella sua camera? Spiegate come avete trovato le vostre risposte.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

Aritmetica: ripartizione di 90 in tre parti proporzionali a 1, 3, 5

Analisi del compito

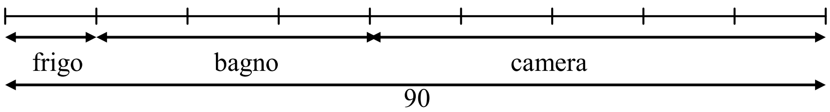
- Capire che il numero dei coniglietti incollati in bagno e nella camera di Matilde dipendono dal numero di coniglietti incollati sulla porta del frigo.
- Procedere per tentativi organizzati (con addizioni o moltiplicazioni) facendo un’ipotesi sul numero di coniglietti incollati sulla porta del frigo. Per esempio partire da 5 coniglietti. In questo caso in bagno ci saranno 15 (5 × 3) coniglietti e nella camera 25 (5 × 5) coniglietti, cioè in tutto 45 coniglietti. Bisogna dunque aumentare il numero di coniglietti sul frigo fino a 10 per arrivare a 90 in tutto.

Oppure:

rendersi conto che il numero di coniglietti incollati sulla porta del frigo deve essere moltiplicato per tre per trovare quelli del bagno e per cinque per trovare quelli della cameretta e quindi capire che il numero di coniglietti incollati è nove volte il numero di quelli sulla porta del frigo. Dividere quindi 90 per 9 e concludere che i coniglietti sulla porta del frigo sono 10. Quindi, quelli in bagno sono 30 e quelli in camera di Matilde sono 50.

Oppure:

con l’aiuto di un disegno:



Soluzione

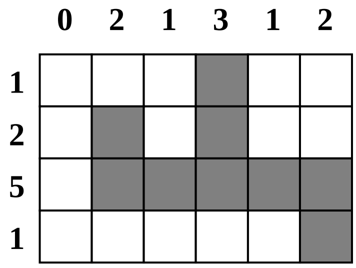
Risposte corrette (10, 30, 50 coniglietti) con procedura esplicitata (disegno o calcoli o dettaglio dei tentativi, eventualmente con una tabella)

Livello: 3, 4

Origine: 10.II.1. *Pompieri*

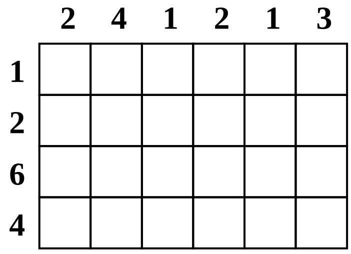
4. BIANCO O GRIGIO? (Cat. 3, 4, 5) ©ARMT 2013 - 21° - finale

In questa griglia ci sono quadrati bianchi e quadrati grigi:



- in ogni riga il numero dei quadrati grigi è uguale al numero scritto a sinistra della riga
- in ogni colonna il numero dei quadrati grigi è uguale al numero scritto sopra la colonna.

Ecco una seconda griglia:



Disegnate i quadrati grigi seguendo le stesse regole e rispettando i numeri indicati.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Logica

Analisi del compito

- Esaminare la prima griglia per comprendere la corrispondenza numero di una linea - numero dei quadrati grigi della linea.
- Constatare che nella seconda griglia tutti i 6 quadrati della 3ª riga e tutti i 4 quadrati della 2ª colonna devono essere colorati di grigio (fig. 1).
- Esaminare allora la situazione e constatare che gli altri quadrati della 1ª riga e gli altri quadrati della 3 ª e 5ª colonna devono essere bianchi (fig. 2) perché in queste linee c'è già un quadrato grigio.

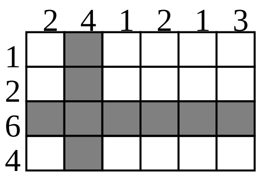


figura 1

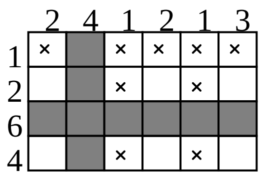


figura 2

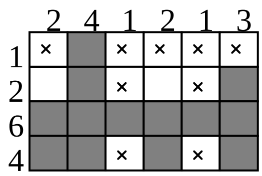


figura 3

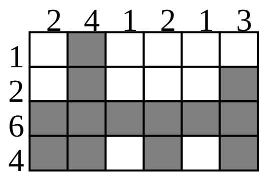


figura 4 (soluzione)

- A questo punto si possono colorare di grigio i 4 quadrati della 4 ª riga e gli altri due quadrati della 6 ª colonna (fig. 3) e si può verificare che non ci sono altri quadrati da colorare (fig. 4).

Soluzione

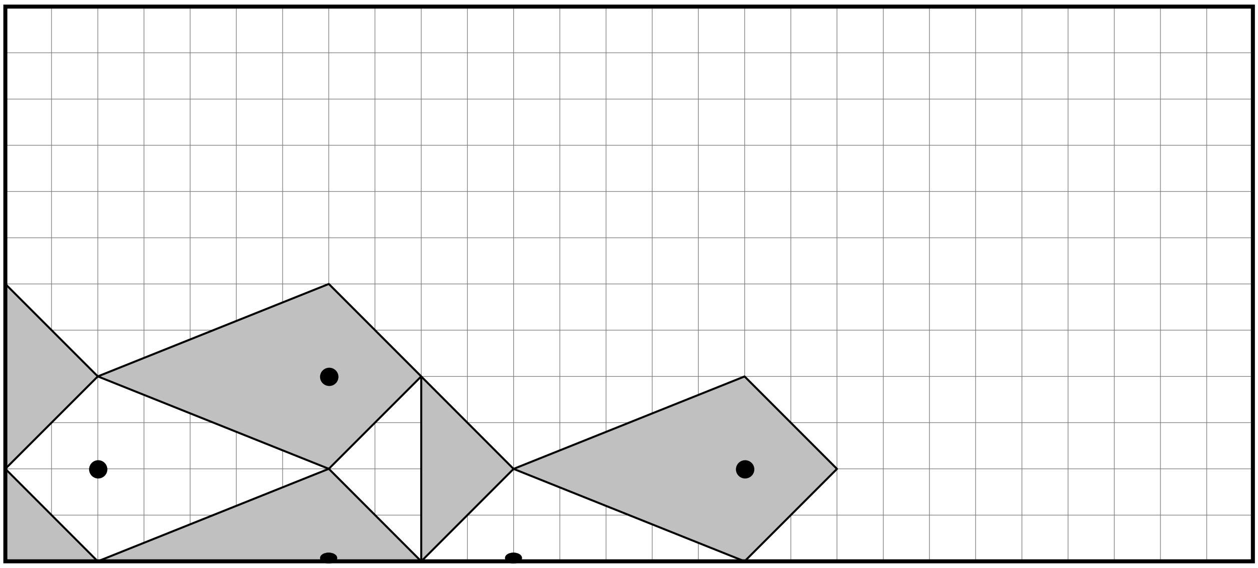
Griglia colorata correttamente

Livello: 3, 4, 5

Origine: 2°RMR.F.11, *Griglie*

5. PESCIOLINI (Cat. 3, 4, 5) ©ARMT 2013 - 21° - finale

Nella griglia quadrettata qui sotto, Luca ha cominciato a disegnare dei pesciolini tutti uguali.
I bianchi nuotano verso sinistra e i grigi nuotano verso destra.
Si vedono per intero soltanto un pesciolino bianco e due pesciolini grigi.



Continuate a disegnare i pesciolini colorando quelli che devono essere grigi, fino a ricoprire tutta la griglia.

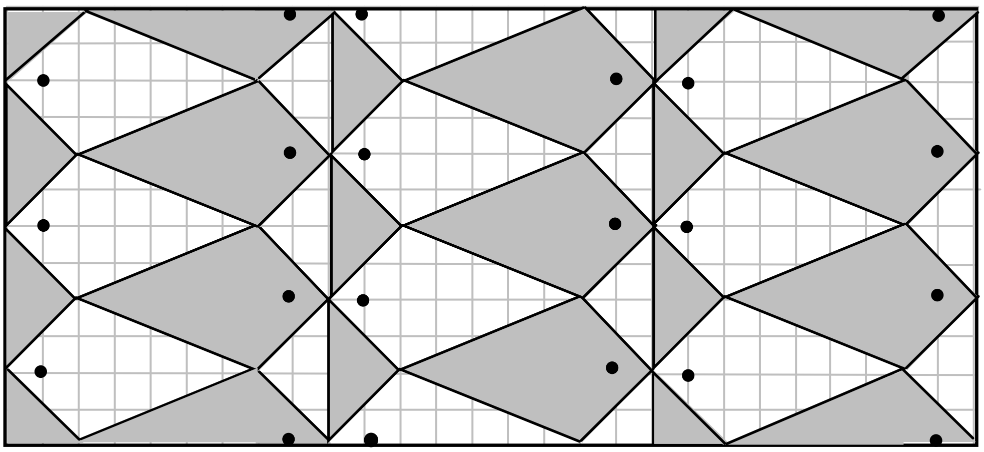
ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Geometria: conservazione delle lunghezze e degli angoli; traslazioni e simmetrie intuitive

Analisi del compito

- Comprendere che per completare correttamente il disegno occorre rispettare le seguenti regole:
    - i pesciolini devono essere congruenti fra loro e possono essere visibili per intero o per metà,
    - il colore bianco o grigio dei pesciolini si deve alternare in verticale ed in orizzontale,
    - ciascun pesciolino intero ha il corpo a forma di deltoide ("aquilone") e la coda triangolare: il deltoide ha due lati che sono diagonali di quadrati 2×2 e due lati che sono diagonali di rettangoli 2×5; il triangolo isoscele ha i lati obliqui che sono diagonali di quadrati 2×2 e il terzo lato è posizionato in verticale su 4 quadretti della griglia.
- Ci sono vari modi di procedere al completamento del disegno, eventualmente aiutandosi con un ritaglio.



Soluzione

Griglia ricoperta correttamente con il disegno dei pesciolini e la loro colorazione, almeno di quelli interi

Livello: 3, 4, 5

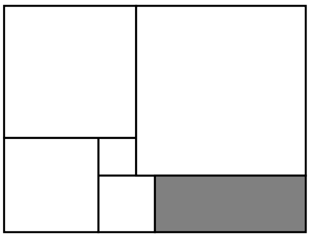
Origine: Siena

6. IL PUZZLE (Cat. 4, 5, 6) ©ARMT 2013 - 21° - finale

Maria ha realizzato il puzzle qui a fianco utilizzando cinque tessere quadrate bianche e una rettangolare grigia.
I lati delle due tessere quadrate più piccole misurano 20 mm. e 30 mm.

Quanto misura il lato più lungo della tessera rettangolare?

Spiegate come avete trovato la vostra risposta.



ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Aritmetica: addizioni e sottrazioni di multipli di 10
- Geometria: quadrato, rettangolo, addizione e sottrazioni delle misure dei loro lati adiacenti o opposti

Analisi del compito

- Capire che è necessario prendere in considerazione le misure dei lati dei due quadrati più piccoli per trovare via via le misure dei lati degli altri quadrati.

Procedere poi nel modo seguente:

  - il lato del quadrato in basso a sinistra misura 50 mm (20 + 30)
  - il lato del quadrato in alto a sinistra misura 70 mm (50 + 20)
  - il lato del quadrato in alto a destra misura 90 mm (70 + 20)
  - la differenza tra la lunghezza dei due quadrati più piccoli è 10 mm (30 – 20)
  - il lato più lungo del rettangolo misura dunque 80 mm (90 – 10).

Oppure: disegnare le figure in scala ed effettuare le misure (approssimate).

Soluzione

Risposta corretta (80 mm) con spiegazioni chiare o con disegno in scala molto preciso

Livello: 4, 5, 6

Origine: 5.I.11. *Patchwork*

7. LE MACCHININE (I) (Cat. 5, 6, 7) ©ARMT 2013 - 21° - finale

La mamma conta le macchinine di Giovanni e quelle di Pietro e osserva che:
- se Giovanni dà a Pietro due macchinine, ne avranno lo stesso numero;
- se Pietro dà a Giovanni due macchinine, Giovanni ne avrà il doppio di Pietro.

Quante macchinine ha Giovanni e quante ne ha Pietro?

Spiegate come avete trovato le vostre risposte.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Aritmetica: addizioni, sottrazioni, moltiplicazioni
- Logica: tentativi numerici su diverse ipotesi

Analisi del compito

Il problema può essere risolto in campo aritmetico per tentativi più o meno organizzati.

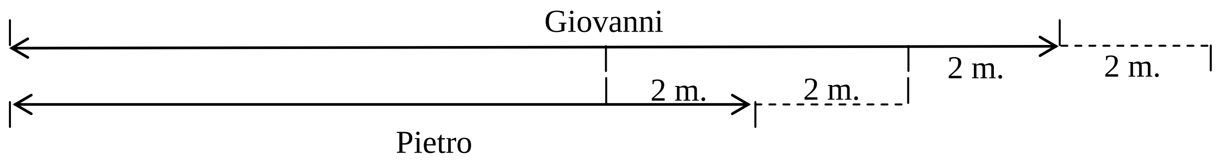
Ad esempio, se Giovanni avesse 7 macchinine, dandone due a Pietro ne avrebbero entrambi 5 e dunque Pietro ne avrebbe 3. Con lo scambio inverso Pietro ne avrebbe 1 e Giovanni 9, e quindi non sarebbe verificata la seconda condizione.

- Comprendere, eventualmente dopo qualche tentativo, che per soddisfare la prima condizione, la differenza tra il numero di macchinine di Giovanni e di Pietro deve essere 4 e che il numero delle macchinine di Giovanni non deve essere minore di 5 e deve essere pari: si riduce così il numero dei tentativi.

  In ogni caso c'è solo qualche tentativo da fare per arrivare alla soluzione e comprendere che è unica: 14 macchinine per Giovanni e 10 per Pietro.

Oppure:

rappresentare la situazione con uno schema in cui appaia chiaramente la differenza di 2, in più o in meno, e le 8 macchinine che rappresentano la metà di quelle di Giovanni, dopo il secondo scambio, così i bambini hanno 8 e 16 macchinine. Di conseguenza prima degli scambi Giovanni ha 14 macchinine e Pietro ne ha 10.



Soluzione

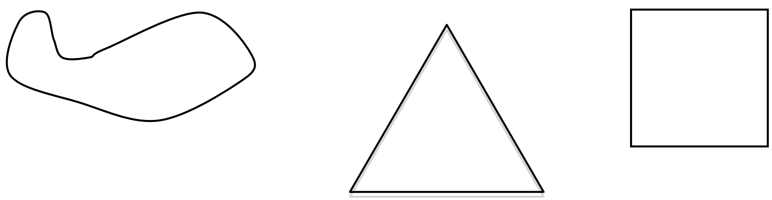
Risposte corrette (Giovanni 14 macchinine, Pietro 10) con spiegazione chiara (inventario dei tentativi che mostri che c'è una sola soluzione, o schema)

Livello: 5, 6, 7

Origine: Lodi

8. LA CORDICELLA (II) (Cat. 5, 6, 7) ©ARMT 2013 - 21° - finale

Tommaso ha trovato una cordicella annodata con la quale si diverte a formare delle figure:



Forma dapprima un triangolo equilatero, poi forma un quadrato.

Tommaso si accorge che il lato del triangolo misura 4 centimetri in più del lato del quadrato.

In seguito, sempre con la stessa cordicella, forma un rettangolo che ha un lato doppio dell'altro.

Quanto misurano il lati del rettangolo?

Spiegate come avete trovato le vostre risposte.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Aritmetica: moltiplicazione e divisione in N, ripartizione di un numero in quattro parti proporzionali a quattro numeri dati
- Geometria: quadrato, triangolo equilatero, rettangolo e loro perimetro, isoperimetria
- Algebra: approccio alla nozione di equazione (trovare un numero il cui quadruplo sia uguale al triplo del numero stesso aumentato di 4)

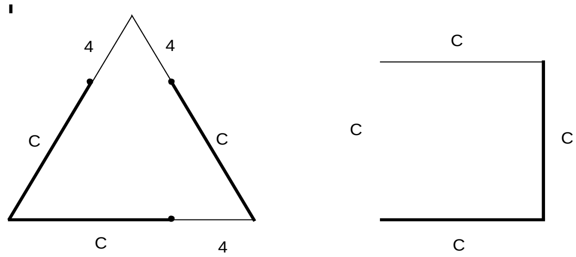
Analisi del compito

- Comprendere che tutte le figure hanno lo stesso perimetro, cioè la lunghezza della cordicella: ciò permetterà di stabilire le uguaglianze.
- Scegliendo come misura comune o «unità» il lato del quadrato, l'uguaglianza dei perimetri del triangolo e del quadrato si traduce nell'uguaglianza tra tre «unità» aumentate di 4 da una parte e di quattro «unità» dall'altra parte. Rendersi conto allora dell'equivalenza tra i tre «aumenti di 4», cioè 12, e una delle quattro «unità» e dedurne che il lato del quadrato misura $3 \times 4 = 12$, in cm.

  (Questo ragionamento traduce la risoluzione algebrica dell'adulto: $3(x + 4) = 4x$ o le equazioni equivalenti $3x + 12 = 4x$ da cui $x = 12$; o ancora il sistema: $3c = 4x$ e $c = x + 4$, …)

Oppure:

aiutandosi con un disegno rappresentare le relazioni tra il lato del triangolo e quello del quadrato:



e, osservando il disegno. dedurre che il lato del quadrato misura $4 + 4 + 4 = 12$ in cm

Oppure:

organizzare una ricerca per tentativi: scegliere una lunghezza per il lato del quadrato (o del triangolo), dedurne la lunghezza della cordicella, poi quella del lato dell'altra figura e verificare se lo scarto è proprio di 4 cm o dedurne la lunghezza del lato dell'altra figura e verificare se si ottiene la stessa lunghezza della cordicella per entrambe le figure.

- Dedurre, in un modo o nell'altro, che il lato del quadrato misura 12 cm e il lato del triangolo 16 e che la misura della cordicella è 48 cm.

Oppure:

comprendere che la misura della cordicella deve essere un multiplo sia di 3 che di 4, quindi di 12. Considerare i multipli di 12: 12, 24, 36, 48, 60, 72 ... e per ciascuno di essi verificare se i quozienti delle divisioni per 3 per 4 differiscono di 4. Trovare che questo accade solo per 48.

La soluzione della seconda parte del problema dipende dal perimetro trovato precedentemente: (48 o un altro numero in caso di errore)

- decomporre 48 in 4 parti uguali due a due, in modo che le une siano il doppio delle altre (o proporzionalmente a 1, 1, 2 e 2) o decomporre 24 cm in due parti di cui una doppia dell'altra (o proporzionalmente a 1 e 2), e ciò può essere fatto:
  - per tentativi e aggiustamenti;
  - o considerando il più piccolo numero contenuto tre volte in 24, da cui le risposte 8 cm e 16 cm.

Soluzione

Risposte corrette (8 cm e 16 cm) con spiegazioni esaurienti (calcolo delle misure dei lati del quadrato, del triangolo e del loro perimetro e ripartizione proporzionale)

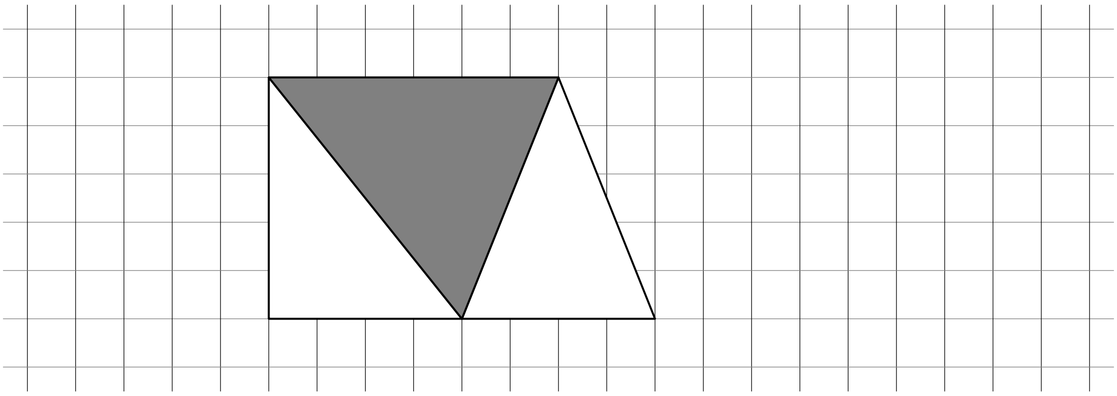
Livello: 5, 6, 7

Origine: rc

9. IL RETTANGOLO DA COMPLETARE (Cat. 5, 6, 7) ©ARMT 2013 - 21° - finale

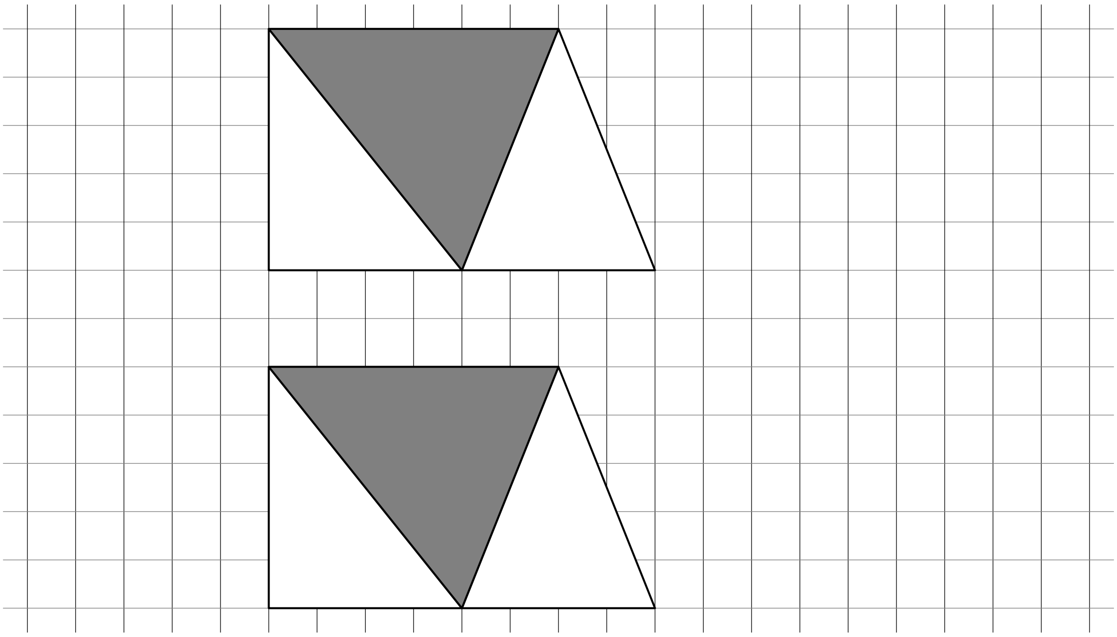
Su un foglio quadrettato si vuole disegnare un rettangolo composto da cinque triangoli:
- tre triangoli piccoli, bianchi, della stessa area,
- due triangoli grigi, più grandi, di area uguale tra loro.

Si sono già disegnati tre dei cinque triangoli, disponendoli come nella figura qui sotto:



Disegnate altri due triangoli (uno bianco e uno grigio), per completare il rettangolo.

Se trovate più modi di completare il rettangolo, mostrateli nelle figure qui sotto.



Spiegate come avete trovato il vostro modo (o i vostri modi) di completare il rettangolo.

ANALISI A PRIORI

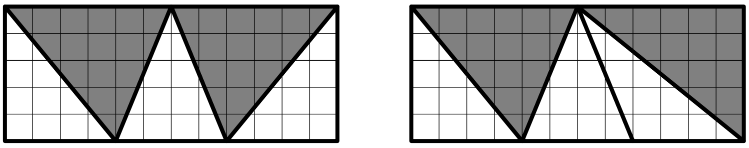
Ambito concettuale

- Geometria: rettangolo, triangolo
- Misura: equiestensione

Analisi del compito

- Verificare che i due triangoli bianchi hanno la stessa area (10, prendendo come unità un quadratino) e che l'area di quello grigio è più grande (15 in quadratini), dunque mancano un triangolo bianco e uno grigio per completare il rettangolo.
- Osservare il trapezio dei tre triangoli, vedere che è rettangolo e che i due triangoli da aggiungere per formare un rettangolo devono essere posti sulla destra e possono essere riprodotti per simmetria assiale (i due nuovi triangoli sono simmetrici rispetto all'altezza del triangolo di destra).
- Rendersi conto che i triangoli hanno tutti la stessa altezza e che quindi l'area dipende dalla lunghezza della base, pertanto la base dei due triangoli da disegnare deve essere una di 4 lati-quadretto e l'altra di 6.

- Dedurne che, per ottenere un rettangolo, occorre prolungare di 6 lati-quadretto il lato superiore e di 4 quello inferiore.
- Ricercare le due soluzioni possibili:



Oppure:

capire che per ottenere un rettangolo occorre aggiungere un trapezio rettangolo di area uguale a 10 + 15 = 25 quadrati. Se l'altezza è 5, la somma delle lunghezze delle basi deve essere uguale a 10. Dedurre che le sole dimensioni possibili per le basi delle figure che rispettino l'area e la forma sono 4 e 6. Ciò porta a dividere il trapezio in due triangoli, e per fare la divisione ci sono due possibilità: tracciare o l'una o l'altra delle due diagonali. Assicurarsi che i triangoli così costruiti abbiano area rispettivamente 10 e 15 quadretti.

Soluzione

Le due soluzioni con spiegazione del ragionamento (che cita l'uguaglianza delle aree)

Livello: 5, 6, 7

Origine: Rozzano

10. QUANTE MELE! (Cat. 5, 6, 7) ©ARMT 2013 - 21° - finale

Angela ha un certo numero di mele in un cesto, ne mangia due e decide di distribuire le mele restanti, in parti uguali, fra Beatrice e Carla. Beatrice e Carla ne mangiano una ciascuna. Poi ognuna di loro distribuisce le proprie mele, in parti uguali, fra altre due amiche: Beatrice dà una parte a Daniela e una ad Ester, Carla dà una parte a Francesca e una a Gabriella.

Daniela, Ester, Francesca e Gabriella mangiano una mela ciascuna. Francesca osserva che le rimangono quattro mele.

Quante mele aveva Angela nel suo cesto prima di mangiare le sue due mele?

Spiegate come avete trovato la vostra risposta.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Aritmetica: operazioni

Analisi del compito

Prima di tutto capire che ad ognuna delle quattro ultime amiche rimangono 4 mele, come a Francesca.

Procedere per tentativi ed errori:

- scegliere un numero iniziale per le mele del cesto e immaginare la situazione. Angela ne mangia 2, dopodiché il numero di mele rimanenti deve essere pari in modo che si possa ripartire in due parti, dunque anche il numero iniziale di mele deve essere pari.
- Adeguare la scelta del numero iniziale per rendere possibile ogni suddivisione in modo da arrivare alle 4 mele a testa finali.

Oppure:

constatare le sette amiche mangiano in tutto 8 mele e che infine, poiché ne restano 4 a ciascuna, le mele nel cesto erano $8 + 4 \times 4 = 24$.

Oppure:

procedere ragionando “a ritroso”:

dopo aver mangiato una mela, Francesca ha ancora 4 mele, dunque ne aveva ricevute 5. Cinque è la metà di quelle che Carla ha ripartito. Poiché ne ha mangiata una, Carla aveva ricevuto $5 \times 2 + 1 = 11$ mele. Undici è la metà di quelle che Angela ha ripartito. Poiché ne ha mangiate due, Angela aveva inizialmente $11 \times 2 + 2 = 24$ mele nel suo cesto.

Soluzione

Risposta corretta (24 mele) con spiegazione esauriente che specifichi l’unicità della soluzione o che mostri i tentativi necessari per arrivare alla risposta

Livello: 5, 6, 7

Origine: Puglia

11. MARMELLATA DI SUSINE (Cat. 6, 7, 8) ©ARMT 2013 - 21° - finale

La nonna ama fare la marmellata con le susine del suo giardino. Dopo anni di esperienza ha imparato a mettere la giusta quantità di zucchero nella sua marmellata.

Quest'anno il raccolto è stato particolarmente abbondante e così la nonna ha regalato una parte delle sue susine alle nipoti Anna e Maria, che fanno anch'esse la marmellata.

La nonna ha tenuto per sé 35 kg di susine e ne ha dato 33 kg ad Anna e 30 kg a Maria.

Per fare la marmellata, la nonna ha utilizzato 10,5 kg di zucchero, mentre Anna ne ha utilizzato 10 kg e Maria 9 kg.

Anna e Maria hanno utilizzato la giusta quantità di zucchero in modo che la marmellata abbia lo stesso gusto di quella della nonna?

Spiegate come avete trovato le vostre risposte.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Aritmetica: addizione, moltiplicazione, proporzionalità

Analisi del compito

- Capire che si tratta di una situazione di proporzionalità.
- Ricavare, dalla prima condizione che, per la nonna, la giusta quantità di zucchero per ogni chilo di susine è: 10,5 : 35 = 0,3 kg

  Dedurre che la marmellata di Anna non ha lo stesso gusto di quella della nonna perché non ha utilizzato la giusta quantità di zucchero infatti 33 × 0,3 = 9,9 (kg) e non 10 (kg)

  Dedurre che la marmellata di Maria ha lo stesso gusto di quella della nonna perché ha utilizzato la giusta quantità di zucchero infatti 30 × 0,3 = 9 (kg)

Oppure:

considerare la quantità di zucchero in ettogrammi e confrontare i rapporti 35/105; 33/100 e 30/90 (oppure i rapporti inversi)

35/105 = 30/90 = 1/3 ma 33/100 ≠ 1/3. Concludere che Maria ha utilizzato la giusta quantità di zucchero mentre Anna no.

Oppure:

utilizzare la proprietà di linearità moltiplicativa e additiva. Per esempio:

Per 5 kg di susine, occorre una quantità di zucchero che è 7 volte di meno di quella che occorre per 35 kg, dunque 10,5 : 7 = 1,5 (kg).

Per Maria: per 30 kg, occorre una quantità di zucchero che è 6 volte quella che occorre per 5 kg, cioè 1,5 × 6 = 9 (kg). Oppure 30 = 35 – 5 (kg), occorre dunque 1,5 kg di zucchero in meno che per 35 kg, da cui 10,5 – 1,5 = 9 (kg). Quindi Maria ha utilizzato la giusta quantità di zucchero.

Per Anna: 33 = 30 + 3 (kg). Se per 30 kg di susine occorre 9 kg di zucchero, per 3 kg di susine occorre una quantità di zucchero che è 10 volte inferiore, dunque 0,9 kg. Per 33 kg di susine occorrono dunque 9 + 0,9 = 9,9 (kg).

Anna non ha quindi messo la giusta quantità di zucchero.

Oppure:

utilizzare lo scarto per concludere che una delle due nipoti non ha messo la giusta quantità di zucchero.

Con 2 kg di susine di meno della nonna, Anna ha messo 0,5 kg di zucchero in meno.

Con 3 kg di susine di meno di Anna, Maria ha messo 1 kg di zucchero di meno.

La quantità di zucchero messa in meno da Maria è il doppio di quella di Anna, ma non è così per la quantità di susine (3 kg ≠ 2 kg × 2). Questa osservazione non permette però di determinare quale delle due nipoti non ha messo la giusta quantità di zucchero.

Soluzione

Risposte corrette (Anna NO, Maria SI) con una spiegazione completa

Livello: 6, 7, 8

Origine: problemi *Crema al cioccolato* 20RMT I e *Le marmellate* 15RMT F

12. AL RISTORANTE (Cat. 6, 7, 8, 9, 10) ©ARMT 2013 - 21° - finale

Al Ristorante dei Golosoni si è prenotato un gruppo di 67 persone che chiede di essere sistemato in tavoli da tre, da quattro e da cinque. Chiedono inoltre che i tavoli siano tutti completi e che venga utilizzato almeno un tavolo per tipo.

Il ristoratore, che ha solo due tavoli da cinque, li accontenta utilizzando più tavoli da tre che da quattro e più tavoli da quattro che da cinque.

Quanti tavoli di ciascun tipo può aver utilizzato il ristoratore?

Indicate tutte le possibilità e spiegate il vostro ragionamento.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Aritmetica: decomposizione di un numero in somma di tre numeri rispettivamente multipli di 3, 4 e 5

Analisi del compito

- Capire che occorre decomporre 67 nella somma di tre numeri rispettivamente multipli di 3, di 4 e di 5 (nel linguaggio algebrico si traduce con un'equazione in tre incognite: $3a + 4b + 5c = 67$ dove con a, b, c sono stati indicati i numeri dei tavoli di ogni tipo quindi a, b, c sono numeri naturali tali che $a > b > c$).
- Capire che ci saranno più composizioni possibili rispettando le condizioni sui numeri dei tavoli e organizzare la ricerca in modo sistematico.

  Per esempio si può partire dal numero di tavoli da cinque (1 o 2) e considerare poi il numero di tavoli da quattro e da tre: con 1 tavolo da cinque e 2 tavoli da quattro si trova che occorrono 18 tavoli da tre ($67 - 5 - 8 = 54 = 3 \times 18$), cioè la terna (1; 2; 18) è una soluzione. Altri tentativi con 1 tavolo da cinque portano alle soluzioni (1; 5; 14) e (1; 8; 10). Si trovano allo stesso modo due soluzioni a partire da 2 tavoli da cinque: (2; 3; 15) e (2; 6; 11).

  Poiché si sa che i tavoli da cinque non sono più di due, non ci sono altre soluzioni.
- Ci sono molti altri modi di organizzare i tentativi, facendo considerazioni sui multipli di 3, 4 e 5, sui numeri pari e dispari, evitando così lunghi elenchi di possibilità. Si può anche limitare la ricerca partendo da un tavolo da 5, uno da 4, uno da 3 (22 persone) e cercando tutti i modi per sistemare le rimanenti 45 persone utilizzando al massimo un solo tavolo da 5.

Soluzione

Le cinque soluzioni: (18; 2; 1), (14; 5; 1), (10; 8; 1), (15; 3; 2), (11; 6; 2) con spiegazioni chiare

Livello: 6, 7, 8, 9, 10

Origine: Bourg en Bresse

13. GITA IN MONTAGNA (Cat. 7, 8, 9, 10) ©ARMT 2013 - 21° - finale

Luigi decide di salire sulla montagna che vede dalla finestra della sua camera. La vetta è raggiungibile a piedi attraverso un sentiero lungo 12 km.

Luigi sale alla velocità media di 3 km all'ora e, appena arrivato sulla cima, scende subito per lo stesso sentiero. All'arrivo calcola la velocità media complessiva (per la salita e per la discesa) e constata che è stata di 4 km all'ora.

A quale velocità Luigi ha percorso il sentiero in discesa?

Spiegate la vostra risposta.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Aritmetica: calcolo di somme, differenze, prodotti e quozienti
- Grandezze e misure: relazioni elementari tra tempo, distanza e velocità

Analisi del compito

- Comprendere che ci sono tre spostamenti in gioco:
  un primo, la salita, di 12 km, percorso a 3 km all'ora, e dedurne la durata di 4 ore o, passo a passo: 3 + 3 + 3 + 3 = 12
  un secondo, la discesa, di 12 km, ma con una durata non nota e di conseguenza una velocità non nota
  un terzo, l'andata e ritorno, di 24 km, percorsi a 4 km all'ora in 6 ore (24 : 4).
- Dedurre che il tempo per la discesa è di 2 ore (6 – 4) e si sono percorsi quindi 12 km in due ore, cioè 6 km in un'ora, quindi la velocità è stata di 6 km/h.

Oppure:

- Calcolare il tempo di salita: 4 ore (12/3)
- Utilizzare una variabile, ad esempio indicare con x il tempo di discesa e di conseguenza x+4 è il tempo totale. Utilizzare la formula v = s/t per scrivere l'equazione $4 = 24/(4+x)$. Risolvere l'equazione e trovare $x = 2$ ore
- Concludere che la velocità media di discesa è 12/2 = 6 km/h

Soluzione

Risposta corretta (6 km/h) con spiegazione chiara e con i calcoli effettuati

Livello: 7, 8, 9, 10

Origine: Siena

14. LE MACCHININE (II) (Cat. 8, 9, 10) ©ARMT 2013 - 21° - finale

La mamma conta le macchinine di Giovanni e quelle di Pietro e osserva che:

- se Giovanni dà a Pietro due macchinine, Pietro ne avrà i tre quarti di Giovanni.
- se Pietro dà a Giovanni due macchinine, Pietro ne avrà la metà di Giovanni.

Quante macchinine ha Giovanni e quante ne ha Pietro?

Spiegate il vostro ragionamento.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Aritmetica: addizioni, sottrazioni, rapporti
- Algebra: equazioni di primo grado, sistemi di equazioni

Analisi del compito

- Individuare in modo chiaro le tre ripartizioni delle macchinine: lo stato iniziale, lo stato dopo il primo scambio (ripartizione proporzionale a 3 e 4) lo stato dopo il secondo scambio (ripartizione proporzionale a 1 e 2)
- lavorare per tentativi più o meno organizzati, facendo ipotesi su uno solo dei due numeri o su entrambi.

Per ridurre il numero di tentativi:

- capire dalla seconda condizione che il numero delle macchinine di Giovanni aumentato di due deve essere pari, perché deve essere divisibile per 2
- capire dalla prima condizione che il numero delle macchinine di Giovanni diminuito di 2 deve essere divisibile per 4 e dunque il numero delle macchinine di Giovanni è pari ma non multiplo di 4.

Oppure:

per via algebrica tradurre le condizioni date con un sistema di due equazioni di primo grado:

$P + 2 = 3/4(G – 2)$ e $P – 2 = ½ (G + 2)$, da cui la soluzione è $(P; G) = (16; 26)$

Soluzione

Risposte corrette (Giovanni 26 macchinine, Pietro16) con spiegazione chiara (dettagli dei tentativi per la risoluzione aritmetica o risoluzione algebrica)

Livello: 8, 9, 10

Origine: Lodi + Parma

15. OBIETTIVO 2013 (Cat. 8, 9, 10) ©ARMT 2013 - 21° - finale

Utilizzando una e una sola volta tutte le cifre 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 Marta vorrebbe scrivere un'addizione la cui somma sia 2013.

È possibile scrivere una tale addizione? Se sì, quale?

In caso contrario, spiegate perché ciò non è possibile e indicate la somma più vicina a 2013 che avete ottenuto.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Aritmetica: numerazione, multipli di 9

Analisi del compito

- Cominciare ad appropriarsi del problema per rendersi conto che alcune cifre dovranno essere associate per formare numeri con varie cifre (in quanto 0 + 1 + 2 + … + 9 = 45, molto lontano da 2013!)
- Scoprire quindi qualche vincolo sui numeri da scegliere. Per esempio, se si decide di prendere un numero di quattro cifre, dovrà essere inferiore a 2000.
- Si può scegliere un'addizione utilizzando tutte le cifre, poi procedere a permutazioni e raggruppamenti delle cifre in alcuni dei suoi termini per avvicinarsi a 2013.

  Per esempio, in 1234 + 680 + 75 + 9 = 1998, se si scambiano il 9 ed il 7 di 75 + 9, la somma aumenta di 18 e si arriva a 2016.
- La proprietà-chiave da scoprire attraverso molteplici tentativi è che, quando si permutano due cifre di un addendo o di due addendi differenti, si modifica la somma di un multiplo di 9. Partendo quindi dalla somma

  0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45 (multiplo di 9), comprendere che tutte le somme che si possono formare nel modo descritto sono esse stesse multiple di 9.
- Poiché 2013 non è un multiplo di 9, non lo si potrà mai ottenere, ma si può sperare di individuare i multipli di 9 che lo "racchiudono", cioè 2007 e 2016. Quest'ultimo è il più vicino e diventa dunque l'obiettivo privilegiato.

  Raggruppando due cifre per formare una somma di 9 termini, si possono ottenere tutti i multipli di 9, da

  54 (10 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7+ 8 + 9) a 126 (98 +0 +1+ 2 + 3 + 4+ 5 + 6 + 7), insufficiente.
- Raggruppando tre cifre per formare una somma di 8 termini, si ottengono tutti i multipli di 9 da 144 (102 + 3 + 4+ +5 + 6 + 7 +8 + 9) a 1008 (987 + 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6), insufficiente.
- Ci vorranno dunque almeno due raggruppamenti di tre cifre per ottenere 2016, come nell'esempio seguente:

  986 + 704 + 325 + 1 = 2016.
- Con un solo raggruppamento di quattro cifre, il miglior risultato che si può ottenere è

  1980 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 = 2007
- Con un raggruppamento di quattro cifre e uno di due cifre, si ottengono numerose soluzioni, per esempio:

  2016 = 1970 + 23 + 4 + 5+ 6 + 8 = 1960 + 32 + 4 + 5 + 7 + 8 = 1950 + 42 + 3 + 6 + 7 + 8.

Soluzione

Somma 2016 con un esempio, rispettando le regole, con la spiegazione del fatto che 2013, non essendo un multiplo di 9, non può essere ottenuto

Livello: 8, 9, 10

Origine: fj

16. STATISTICHE (Cat. 8, 9, 10) ©ARMT 2013 - 21° - finale

Gli organizzatori di un celebre Rally osservano le statistiche dei partecipanti alla gara.
Daniela dice:
- “Il numero dei partecipanti è aumentato esattamente del 2% dal 18° al 19° Rally”.
Gabriella aggiunge:
- “Dal 19° al 20° Rally, i partecipanti sono aumentati esattamente del 4%”!
Lucia risponde:
- “Sì, ma dal 20° al 21° c’è stato esattamente un calo del 6%. Al 21° abbiamo avuto 31161 iscritti”.

Quanti erano i partecipanti al 18° Rally?

Spiegate il vostro ragionamento.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

Aritmetica: frazioni, frazioni complementari, percentuali
Algebra: equazioni di primo grado

Analisi del compito

- Comprendere che dal 18% al 19% Rally il numero dei partecipanti è aumentato del 2% e quindi dal 19° al 20° è aumentato del 4% a partire da un numero di partecipanti maggiore.
- A partire dagli iscritti all’edizione del 21°, calcolare il numero di iscritti al 20°: 31161 è i 94/100 dei partecipanti al 20°, quindi hanno partecipato al 20° (100/94) 31161 = 33150 persone. Con lo stesso procedimento, calcolare il numero dei partecipanti al 19°: (100/104) 33150= 31875. Infine, i partecipanti al 18° sono stati (100/102) 31875= 31250. Complessivamente i partecipanti sono dunque calati.

Oppure:

calcolare il numero dei partecipanti al 18° utilizzando un prodotto di frazioni:

(100/102) × (100/104) × (100/94) × 31161 = 31250

Oppure:

per via algebrica indicando con P il numero dei partecipanti al 18°, P + 2/100P = (102/100)P è il numero dei partecipanti alla 19° edizione, (102/100)P + (102/100)P (4/100) = (102/100) × (104/100) P è quello dei partecipanti alla 20° e, procedendo analogamente, (102/100) × (104/100) × (94/100) P è il numero dei partecipanti alla 21° Dunque risolvendo l’equazione (102/100) (104/100) (94/100) P = 31161 si ottiene P = 31250.

Soluzione

Risposta corretta (31250) con spiegazione chiara che mostri tutti i calcoli

Livello: 8, 9, 10

Origine: Siena

17. CHE SOMMA SPAVENTOSA! (Cat. 8, 9, 10) ©ARMT 2013 - 21° - finale

Carlotta considera la seguente successione di numeri :

1, 12, 123, 1234, 12345, 123456, 1234567, 12345678, 123456789, 1234567890, 12345678901, …

Clemente sfida Carlotta nel calcolo della somma dei primi cinquanta numeri di questa successione.
“Nessun problema” risponde Carlotta “per dimostrarti che posso calcolarla chiedimi una cifra qualsiasi di questa somma”.
Clemente: “Allora dimmi qual è la cifra delle migliaia”.

Qual è la cifra che Carlotta dirà a Clemente?

Spiegate il vostro ragionamento.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Aritmetica: numerazione, periodicità

Analisi del compito

- Cominciare a scrivere l’addizione in colonna di questi numeri e constatare che la colonna delle unità contiene le cifre: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0 ripetute cinque volte, procedendo verso sinistra ogni colonna si ottiene dalla precedente eliminando l’ultima cifra.
- Calcolare la somma dei numeri della colonna delle unità: poiché 1+2+ 3+ 4+ 5+ 6+ 7+ 8+ 9+ 0 = 45 si trova che la somma dei cinquanta termini è 225, dunque 22 di riporto per la colonna delle decine.
- Calcolare la somma delle decine dei primi 49 numeri della colonna delle decine e aggiungere 22 (225 – 0 + 22) ottenendo 247, quindi 24 di riporto per la colonna delle centinaia.
- Calcolare la somma delle centinaia dei primi 48 termini dell’insieme S, aggiungere 24 (225 – 9 + 24) ottenendo 240, quindi 24 di riporto per la colonna delle migliaia.
- Calcolare la somma delle migliaia dei primi 47 termini dell’insieme S, aggiungere 24 (225 – 9 – 8 + 24) ottenendo 232. La cifra delle migliaia dell’addizione è dunque 2.

Oppure:

si possono scrivere tutti i 50 numeri uno sotto l’altro rispettando la posizione delle cifre ottenendo un grande triangolo rettangolo per procedere poi come suggerito precedentemente.

Soluzione

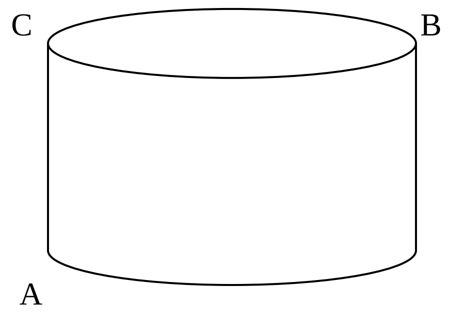
Risposta corretta (2) con l’addizione richiesta e il calcolo effettuato o con una spiegazione completa e chiara

Livello: 8, 9, 10

Origine: Suisse Romande

18. LA FORMICA SULLA LATTINA (Cat. 9, 10) ©ARMT 2013 - 21° - finale

Una lattina cilindrica senza coperchio, appoggiata sul tavolo della cucina, ha un raggio di 4 cm e un'altezza di 6 cm.
Una formica vuole salire dal punto A al punto B compiendo il percorso più breve.



Descrivete il percorso più breve che unisce i punti A a B e calcolatene la lunghezza approssimata al millimetro.

Spiegate il vostro ragionamento.

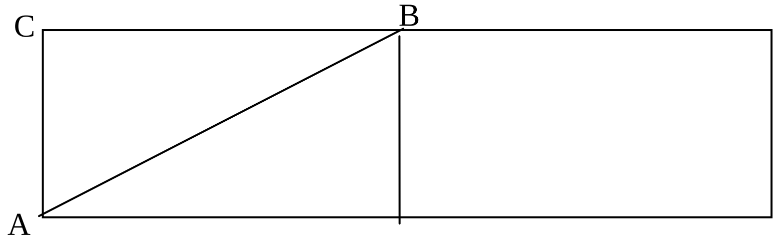
ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Geometria: lunghezza della circonferenza, superficie laterale del cilindro, teorema di Pitagora, relazione triangolare

Analisi del compito

- Comprendere la situazione in cui la formica si può muovere: lungo la superficie laterale e lungo le circonferenze delle due basi.
- Comprendere che la formica non può andare da A a B in linea retta (percorso di lunghezza 10 cm) perché questo equivarrebbe ad "entrare" nella lattina.
- Per studiare i percorsi più brevi lungo la superficie laterale del cilindro, considerare lo sviluppo sul piano di tale superficie: si ottiene un rettangolo avente come base la circonferenza e come altezza l'altezza del cilindro:



- Capire che il cammino più breve lungo la superficie del cilindro è il cammino il cui sviluppo sul piano è il segmento AB, infatti se la formica salisse fino ad un punto D, situato fra A e B sulla circonferenza e poi proseguisse lungo l'arco DB, il percorso AD + DB sarebbe maggiore di AB, per la relazione triangolare.
- Per calcolare la misura di AB si applica il teorema di Pitagora. Il tratto CB è metà circonferenza, e quindi misura 4π (in cm); il segmento AC misura invece 6 cm. Il cammino più breve è pertanto lungo: $\sqrt{[(4\pi)^2 + 36]} \approx 13{,}9$ (in cm).

Soluzione

Risposte corrette: con spiegazione completa (descrizione del percorso e calcolo della lunghezza: circa 13,9 cm)

Livello: 9, 10

Origine: Parma