

Siena, 22 novembre 2019

Insegnare matematica

Claudio Bernardi

Sapienza Università di Roma - claudio.bernardi@uniroma1.it

Il titolo può sembrare da un lato generico,
dall'altro impegnativo, e forse pretenzioso.

Insegnare matematica è difficile,
è una materia non amata da tutti

Ma c'è una raccomandazione nei *Traguardi* per la primaria:
*[L'alunno] sviluppa un atteggiamento positivo rispetto alla
matematica, attraverso esperienze significative*

i *Traguardi* per la secondaria di primo grado ribadiscono:
*Ha rafforzato un atteggiamento positivo rispetto alla
matematica*

La mia intenzione è parlare della professione di insegnante
e, in particolare, dell'insegnante di matematica.

Un episodio spiacevole, di qualche mese fa.

All'Accademia dei Lincei si era appena concluso un *pomeriggio interdisciplinare*.

Qualcuno (non un matematico) racconta le sue esperienze: lui va nella scuola primaria e vede i bambini svegli, attivi, curiosi; poi va alle superiori e trova studenti svogliati, lenti, poco attivi.

La conclusione è chiara: *«la scuola li rovina»*.

Non sono riuscito a trattenermi; è troppo facile parlar male della scuola in questo modo.

E così ho risposto: *«prova a non mandare un ragazzo a scuola, così non lo roviniamo»*.

A mio parere, la frase «*la scuola li rovina*» è un commento superficiale, che dispiace sentire.

Vale la pena aggiungere qualche osservazione.

- La scuola potrebbe certamente fare di più.
- Un bimbo ha più potenzialità e maggiori capacità di apprendimento rispetto a un ragazzo più grande (basta pensare all'apprendimento di una lingua).
- Alle superiori gli studenti hanno imparato a cercare il massimo rendimento con il minimo sforzo.

Non è vero che la scuola rovina gli studenti.

Alle varie età gli studenti hanno caratteristiche e potenzialità diverse: compito dell'insegnante è insegnare ai *suoi* studenti, di quella specifica età (con tutti i loro difetti).

Phillip Griffiths è stato Direttore dell'*Institute for Advanced Study* di Princeton negli USA. Si tratta di un prestigioso centro di ricerca di cui hanno fatto parte, fra gli altri, Albert Einstein, Kurt Gödel, John von Neumann.

Griffiths in vari discorsi e interviste ha citato Lottie Wilson, la sua insegnante di matematica:

«I can honestly say that the most important person in my own career was Lottie Wilson»

«Her love of the subject was “infectious”»

«She understood the majesty and mystery of mathematics»

L'amore per la disciplina è contagioso. Volente o nolente, un insegnante è contagioso: trasmette la voglia di fare (o di non fare), il desiderio di sapere, trasmette il suo gusto.

Chi conosce e ama la disciplina che insegna, risulta un buon educatore. A un insegnante si richiede molto:

preparazione specifica, voglia di insegnare, passione.

un riferimento recente, forse un po' scontato
Niccolò Pagani, professore che ha partecipato a *L'Eredità*;
sui giornali ci sono spesso immagini negative di insegnanti;
finalmente un'immagine positiva: un insegnante colto,
sorridente, che dà importanza al suo lavoro

sull'insegnamento della matematica

Talvolta l'insegnamento della matematica dà l'impressione
di essere un'*educazione alle regole*.

Invece, l'educazione matematica ha un peso rilevante nella
formazione culturale degli studenti.

La matematica educa:

- *alla precisione e alla concisione di linguaggio;*
- *al ragionamento, alla capacità di descrivere e di seguire un procedimento;*
- *a uno spirito critico (per esempio a non fidarsi di quanto appare in una figura);*
- *all'uso di simboli, a rappresentare;*
- *alla capacità di vedere, alla fantasia, all'astrazione;*
- *a un metodo, alla scoperta di strategie.*

linguaggio e ragionamento logico

sviluppo della competenza linguistica

Vediamo frasi in cui compaiono parole con valenza logica

- il prodotto di due numeri è dispari *se e solo se entrambi i numeri sono dispari*
- il prodotto di due numeri è pari *se e solo se entrambi i numeri sono pari*
- il prodotto di due numeri è un multiplo di 3 *se e solo se almeno uno dei due numeri è multiplo di 3*
- il prodotto di due numeri è un multiplo di 4 *se e solo se almeno uno dei due numeri è multiplo di 4.*

L'idea generale è che vale la pena dedicare un po' di tempo a scuola all'*analisi di frasi*.

Aggiungo frasi, sempre facili, in un contesto probabilistico:

- *credo* che mia mamma sia a casa, ma non sono *sicuro*
- è *possibile* che domani piova, ma *non è probabile*
- in matematica è *più probabile* prendere un 5 che un 9

domande sul *ragionamento logico* sono previste in molti test per l'ammissione all'Università

dal test assegnato alla Sapienza nel 2016 per l'ammissione a *Scienze della Formazione primaria*

- Per sostenere che il proverbio “chi beve birra campa cent'anni” è SBAGLIATO, occorre trovare uno che
- A) non ha bevuto la birra ed è morto prima di compiere 100 anni
 - B) ha bevuto la birra ed è morto prima di compiere 100 anni
 - C) non ha bevuto birra e ha compiuto 100 anni
 - D) ha bevuto birra e ha compiuto 100 anni

(la percentuale di risposte corrette è stata l' 80%)

- Supponendo che sia vero che "se una persona ha l'influenza allora ha la febbre", si può dedurre che
- A) se Giovanni non ha l'influenza allora non ha la febbre
 - B) se Giovanni non ha la febbre allora non ha l'influenza
 - C) tutti coloro che hanno la febbre hanno l'influenza
 - D) nessuno di coloro che ha la febbre ha l'influenza

(la percentuale di risposte corrette è stata solo il 26%)
perché? si fa riferimento a esperienze concrete

Educare alla dimostrazione

è un processo che richiede tempo

«*la somma degli angoli di un triangolo è un angolo piatto*»

in un primo tempo, *verifica*, per esempio ritagliando un triangolo di carta e accostando gli angoli

a me pare più significativa la verifica che si ottiene considerando i punti medi di due lati e piegando il triangolo

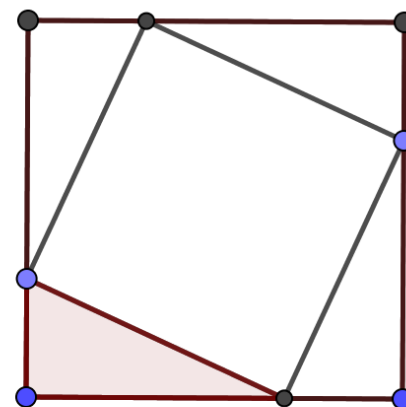
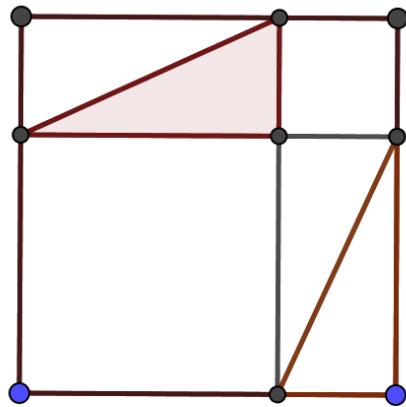
quindi, *dimostrazione* con il postulato delle parallele

l'enunciato non è un teorema nelle geometrie non euclidee (basta pensare alla superficie terrestre)

piegatura della carta per altre verifiche (per esempio: le *bisettrici* di un triangolo)

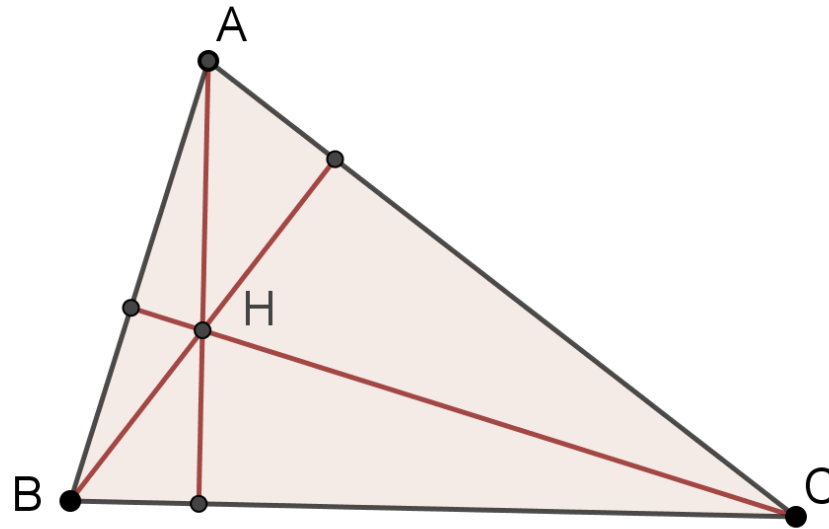
nei disegni geometrici, *evitare stereotipi*
(triangoli e quadrilateri sempre con un lato orizzontale)

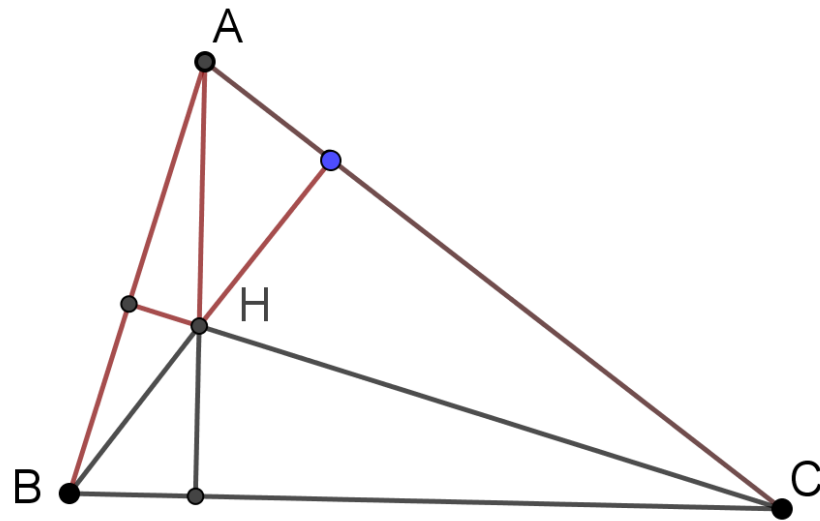
dimostrazione del teorema di Pitagora con un quadrato in
posizione diversa



una domanda non banale

Sia H l'ortocentro del triangolo ABC . Qual è l'ortocentro del triangolo BCH ?





un esempio di problema (attività)

è inevitabile assegnare *anche* esercizi ripetitivi
è però sbagliato limitarsi a esercizi ripetitivi

Il problema riguarda la *storia* della matematica; allo stesso tempo, si propone un'*applicazione alla realtà* e si chiede anche di *vedere nello spazio*.

Talete riuscì a misurare l'altezza di una piramide, confrontando l'ombra della piramide con l'ombra di un bastone conficcato nel terreno.

Descrivere (o riprodurre) il procedimento di Talete.

La risposta sembra semplice: se un bastone di lunghezza nota è perpendicolare al terreno, ricorrendo alla similitudine è lecito scrivere la proporzione

$$\begin{aligned} \text{lunghezza bastone} : \text{ombra bastone} &= \\ &= \text{altezza piramide} : \text{ombra piramide} \end{aligned}$$

Supponendo che la zona sia pianeggiante, si determina così l'altezza della piramide misurando gli altri tre segmenti.



Tuttavia, ... se avessimo a che fare con un obelisco, sarebbe facile misurare la lunghezza dell'ombra;

ma nel caso di una piramide (e di molti edifici), la proiezione sul terreno del punto più alto non è accessibile.

Si può superare la difficoltà in vari modi.

Propongo un'idea meno immediata:

*non si misura la lunghezza dell'ombra,
ma lo spostamento dell'ombra.*

In concreto: si mette un segno in corrispondenza alle punte delle ombre della piramide e del bastone;

dopo un po', si misura *di quanto si sono spostate le punte* delle due ombre. Sempre per similitudine, abbiamo:

*gli spostamenti delle punte delle due ombre
stanno fra loro
nello stesso rapporto delle rispettive altezze.*

Il mestiere dell'insegnante non è facile, sia per difficoltà intrinseche (spesso gli studenti non collaborano), sia per il contesto in cui troviamo ogni giorno.

Ciascuno di noi ha una *responsabilità culturale* (senza cercare alibi).

Mi permetto un suggerimento: cerchiamo di coinvolgere gli studenti e di *non* insegnare sempre nello stesso modo.

Per esempio, ogni tanto possono risultare efficaci:

- collegamenti con altre discipline,
- esplorazioni e congetture (prima di dimostrare),
- attività di *problem solving*,
- discussioni sulla logica e sui fondamenti.