Matematizzare il quotidiano e quotidianizzare la matematica

Cinzia Bonotto

Dipartimento di Matematica "Tullio Levi-Civita"
Università di Padova
mail : bonotto@math.unipd.it

UN PONTE TRA TEORIA E PRATICA: QUALE MATEMATICA OGGI IN CLASSE?
Siena, 22 novembre 2019

UN PO' DI STORIA

A partire dagli anni '90 ci siamo occupati di come impostare un insegnamento/apprendimento della matematica in grado di superare

'*la frattura, oggi esistente, tra le abilità matematiche attivate nel contesto scolastico e quelle che vengono attivate in contesti extrascolastici*' (Basso & Bonotto, 1996)

vista la forte discontinuità fra la competenza matematica di tipo scolastico e quella che viene attivata in contesti extrascolastici.

INDAGINI ALUNNI

Hanno evidenziato **carenze e difficoltà**

- nell'**ordinare** sequenze di numeri razionali ,
- nel rapporto tra rappresentazione frazionaria e rappresentazione decimale dei numeri razionali,

e, più in generale,

- nella relazione tra convenzioni di scrittura e significati.

(Bonotto 1992, 1993 e 1996).

•(

SULL'ORDINAMENTO

Ordina i seguenti numeri dal minore al maggiore:

0,15 1 0,1 1,5 0,5 1,05

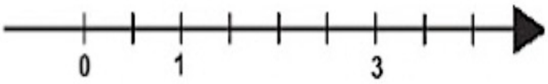
	V-P	I-SSI^0	2-SSI^0	3-SSI^0
Risposte corrette	**19%**	**26%**	**24%**	**41%**
Risposte sbagliate	**81%**	**74%**	**76%**	**59%**

Leggere, scrivere, confrontare numeri decimali… (Obiettivi di apprendimento al termine della classe terza della scuola primaria e al termine della classe quinta, Indicazioni Nazionali)

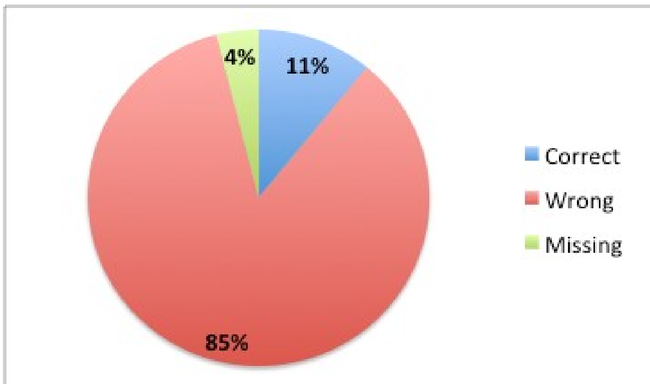
Eseguire addizioni, sottrazioni, moltiplicazioni, divisioni, ordinamenti e confronti tra i numeri conosciuti… (Obiettivi di apprendimento al termine della classe terza della scuola secondaria di primo grado, Indicazioni Nazionali)

Place on the line the following numbers:

2 2,5 $\frac{3}{2}$ $\frac{5}{10}$



Item D8 from INVALSI test administered in grade 6 (2011)



Results of Item D8

D27. $\frac{4}{8}$ e 0,5 indicano la stessa quantità?

- ☐ A. No, perché $\frac{4}{8}$ indica una quantità minore di 0,5
- ☐ B. No, perché 0,5 indica una quantità minore di $\frac{4}{8}$
- ☐ C. No, perché la prima è una frazione, il secondo è un numero decimale
- ☐ D. Sì, perché valgono entrambi la metà di un intero

Domanda D27 – Livello 05 a.s. 2009-2010

Percentuali nazionali domanda D27, livello 05, a.s. 2009-10

I dati e i grafici sono tratti dal sito del database delle domande INVALSI
http://www.gestinv.it/ .

I vari dati raccolti evidenziano come il cammino verso **l'integrazione** del sistema numerico dei numeri naturali, di quello dei decimali e delle frazioni **in una sola e coerente struttura numerica**, sia particolarmente **critico**, richiedendo di volta in volta riconversioni e riassestamenti di concetti precedentemente appresi.

L'argomento ***numeri decimali*** è uno di quelli in cui "***vi è conflitto tra concetti appresi precedentemente e concetti acquisiti successivamente, cosicché idee ormai familiari possono interferire con l'apprendimento di altre nuove***", Resnick et al (1989).

Il fatto che alcune conoscenze siano acquisite solo in modo parziale può **far insorgere errori**, il più delle volte temporanei, dovuti allo sforzo di interpretare comunque ciò che viene chiesto e di fornirne quindi una risposta, rifacendosi ad ambiti concettuali (nella fattispecie numeri naturali e frazioni), meglio padroneggiati.

"Da un punto di vista cognitivo quasi tutti i tipi di insegnamento sono ***incompleti*** *nel senso che non è possibile in ogni singola dimostrazione o spiegazione coprire tutti i casi speciali o tutte le possibili implicazioni di principi e regole che possono presentarsi.* ***L'istruzione****, come tutte le umane forme di* ***comunicazione****, procede sotto l'implicita assunzione che lo studente userà il materiale a lui presentato per fare inferenze e interpretazioni che completano e danno un senso a ciò che l'insegnante o il testo dice. Nel fare questo tipo di inferenze ed interpretazioni gli allievi fanno molto probabilmente* ***errori almeno temporanei****"*, Resnick et al (1989).

Il cammino che porta ad estendere il sistema numerico dei numeri naturali sembra sottolineato da alcune **regole scorrette**, che non possono essere completamente evitate nell'istruzione, ma possono essere interpretate come **utili strumenti diagnostici**, in quanto sanciscono fasi intermedie, tappe di transizione lungo questo percorso (Bonotto 1999).

0,15   1   0,1   1,5   0,5   1,05

Vi è la **regola 1**, che porta ad affermare, di fronte al problema di confrontare numeri decimali con la stessa parte intera, che

1) ***"il numero che ha un numero maggiore di cifre decimali è sempre maggiore"***

o più brevemente che

1') ***"il numero più lungo è maggiore"***.

La applica chi scrive che **0,15 è maggiore di 0,5**

Vi è poi la **regola 2**, in qualche modo "opposta" alla precedente, che è quella che porta invece ad affermare che

2) ***" il numero che ha un numero minore di cifre decimali è sempre maggiore"***

o più brevemente che

2') ***"i numeri più corti sono maggiori"***.

La applica chi scrive che **0,1 è maggiore di 0,15**

REGOLA 1

Il bambino che usa la **regola 1** è indubbiamente è ancorato al dominio dei numeri naturali e vede il numero decimale come **giustapposizione** di due numeri naturali, separati dalla virgola;

tratta quindi la parte decimale come se fosse un numero intero

"0,15 è maggiore di 0,5 perchè 15 è maggiore di 5"

e applica un algoritmo che funziona per numeri naturali

"il numero più lungo è maggiore"

In chi usa questa regola non sembra esserci nessuna consapevolezza che la parte decimale di un numero decimale rappresenta **la parte frazionaria** di un intero, cosicché nessuna conoscenza sulle frazioni viene evocata; non è assolutamente chiaro **il significato della rappresentazione decimale**, **del ruolo delle cifre presenti e della loro posizione** (Bonotto, 1993).

REGOLA 2

Il bambino che usa la regola 2 fa chiaramente riferimento al dominio delle conoscenze sui numeri frazionari con un ragionamento del tipo:

"il numero più corto ha decimi, quello più lungo ha decimi e centesimi, e i decimi sono maggiori dei centesimi".

È consapevole che la parte decimale di un numero decimale rappresenta la parte frazionaria di un intero e quindi richiama le proprie conoscenze sulle frazioni

"più sono le parti in cui un intero è diviso, più piccole esse sono".

Sa che il numero delle cifre della parte decimale determina la grandezza delle parti, ma non riesce a coordinare l'informazione sulla **grandezza delle parti** con l'informazione sul **loro numero**.

Ha perciò qualche difficoltà a comprendere se le cifre presenti esplicitamente nella parte decimale corrispondano al **numeratore** o al **denominatore** di un ordinaria frazione (Bonotto, 1993).

Difficoltà nel processo di insegnamento/apprendimento della matematica: motivazioni

Spesso questa disciplina viene presentata come

una sequenza di nozioni, procedure ed algoritmi

slegati tra di loro, senza alcun nesso, senso o motivazione.

Manca poi un vero raccordo tra gli ordini scolastici per cui spesso non si sfrutta adeguatamente quanto appreso (e/o come è stato appreso, anche perche sovente lo si ignora) negli ordini scolastici precedenti

Difficoltà nel processo di insegnamento/apprendimento della matematica: motivazioni

Un'altra causa è stata identificata nella

separazione

fra

le pratiche di insegnamento e di apprendimento della matematica scolastica

la ricchezza di esperienze che gli alunni maturano al di fuori della scuola

mentre
"*il potere cognitivo, le capacità di imparare e le attitudini all'apprendimento vengono* ***incrementate*** *mantenendo l'ambiente dell'apprendimento legato al contesto culturale. … È ben documentato il fatto di bambini e adulti che riescono "matematicamente" bene nel loro* ***ambiente non scolastico****, a contare, misurare, risolvere problemi e giungere a delle conclusioni usando arti e tecniche [****tics****] volte a spiegare, comprendere, far fronte al loro ambito [****mathema****], che hanno imparato nel loro ambiente culturale [****ethno****]*" (D'Ambrosio, 1995).

Molti studi mostrano come, ad esempio, gli algoritmi aritmetici, tradizionalmente insegnati a scuola per fornire agli studenti potenti procedure generali, non sempre aiutano quest'ultimi nei contesti extra-scolastici e che le strategie sviluppate nella pratica appaiono più efficienti degli algoritmi scolastici.

"Certamente alcuni soggetti, particolarmente dotati per gli algoritmi, imparano ad applicare adeguatamente gli algoritmi che sono loro imposti; gli altri (forse la maggioranza) non riescono ad identificare i nuovi algoritmi con quelli ... che essi hanno costruito con operazioni di abbreviazione e di ricerca in linea diretta. Non riescono perché nel passato è stato loro chiesto di imparare delle cose che eccedevano le loro capacità mentali. Anche se imparano gli algoritmi senza alcuna lacuna, tuttavia non sono capaci di applicarli nelle situazioni concrete della vita quotidiana … .
I ricercatori hanno messo in rilievo queste 'ricadute' e si sono meravigliati; ma raramente esse sono diagnosticate come conseguenze dell'insegnamento, perché non si era presa in considerazione alcuna ipotesi di insegnamento alternativo mentre si insegnava il nuovo algoritmo" (Freudenthal, 1994).

LE QUATTRO DISCONTINUITÀ

Pur riconoscendo la specificità di entrambi i contesti,

- la scuola si concentra sulla prestazione individuale, mentre il lavoro mentale all'esterno è spesso condiviso socialmente
- la scuola è finalizzata a incoraggiare il pensiero privo di supporti, mentre il lavoro mentale fuori della scuola include abitualmente strumenti cognitivi
- la scuola coltiva il pensiero simbolico, laddove l'attività mentale fuori della scuola è direttamente coinvolta con oggetti e situazioni
- la scuola ha il fine di insegnare capacità e conoscenze generali, mentre all'esterno dominano le competenze specifiche per la situazione

[Resnick L.B. (1887), Learning in school and out, *Educational Researcher*, 16(9), 13-20, tradotto in Pontecorvo, Ajello, Zucchermaglio (a cura di) *I contesti sociali dell'apprendimento* (pp. 61-83), Led, Milano, 1995] e che alcune differenze sono intrinseche, e quindi non eliminabili, noi riteniamo che altre differenze possano essere ridotte, e che anzi nelle attività in classe **si possano e debbano ricreare**, almeno parzialmente, **quelle condizioni che rendono l'apprendimento extrascolastico spesso più efficace**.

Si sono quindi progettati e realizzati alcuni studi basati su attività in classe, al fine di abbattere "***l'impermeabilità della membrana che separa l'esperienza della scuola e dell'aula da quella della vita***" (Freudenthal, 1994).

In tali studi si è indagata la possibilità di creare una nuova tensione tra la matematica scolastica e la realtà extrascolastica, con la sua matematica incorporata, attraverso situazioni didattiche in cui oltre a ***matematizzare il quotidiano*** si cerca di ***quotidianizzare la matematica*** (Bonotto, 2007).

PROBLEM SOLVING/PROBLEMI A PAROLE

Nella usuale prassi scolastica il processo di legare la matematica scolastica con la realtà extrascolastica è ancora sostanzialmente delegato ai classici problemi a parole.

Questi, oltre a rappresentare l'interfaccia tra questi due contesti, i problemi a parole spesso costituiscono l'unico esempio di problem solving.

PROBLEMI A PAROLE

Molte ricerche hanno evidenziato come la pratica di risolvere i problemi a parole nella matematica scolastica

- contribuisca ad alimentare l'idea di una separazione fra la matematica scolastica e quella extrascolastica;

- favorisca l'esclusione di considerazioni di tipo realistico (si veda per l'Italia Bonotto & Wilczewski, 2007),

- generi un processo di "*suspension of sense-making*" (Schoenfeld, 1991)

- raramente sviluppi negli alunni la capacità di matematizzazione del reale e di modellizzazione matematica (per una panoramica Verschaffel, Greer & De Corte, 2000; Bonotto 2007).

La causa è dovuta principalmente a

- al carattere **stereotipato** dei problemi presenti nei libri di testi più frequentemente adottati a scuola (Nesher, 1980; Wyndhamn & Säljö, 1997),

- al **modo** e al **contesto** in cui essi vengono presentati, dovuti alla cultura scolastica corrente sulla risoluzione dei problemi matematici (**"*classroom climate*",** Gravemeijer, 1997; Palm, 2008)**,**

- **alle aspettative e convinzioni degli insegnanti** nei confronti della matematica (Verschaffel, De Corte, & Borghart, 1997; Bonotto & Wilczewski, 2007).

"*Il contesto* [del problema del macellaio, n.d.r.] *è il libro di testo, piuttosto che la realtà, ovvero, in altri termini, dà un'immagine pseudoisomorfa del mondo. Nel contesto del libro di testo ogni problema ha una sola soluzione: non vi è posto per la realtà, con i suoi problemi insolubili, oppure che ammettono più soluzioni. Si suppone che lo scolaro scopra i* ***pseudo-isomorfismi*** *considerati dall'autore del libro di testo, e risolva i problemi, che si presentano come se fossero collegati con la realtà, per mezzo di questi pseudo-isomorfismi. Non vale forse la pena di indagare se e come questa didattica alleva gli* ***atteggiamenti contrari alla matematica****, e come mai le reazioni dei ragazzi contro questa deformazione mentale sono così varie?*", Freudenthal, 1994.

Tradizionalmente il problema scolastico è considerato un'imitazione non della vita reale, ma di altri problemi scolastici. Tale concezione condivisa crea un circolo vizioso che si esplica nel generare nuovi problemi basandosi sulla struttura di quelli tradizionali.

I bambini generalmente affrontano quindi il problema combinando in qualche modo testo, dati e certi schemi risolutivi interiorizzati nella propria esperienza scolastica, e vedono il problema a parole svolto in classe come qualcosa che non ha niente a che fare con i problemi reali.

Questo fa sì che gli alunni non forniscano risposte di tipo realistico anche di fronte a problemi di tipo non stereotipato.

"***Un autobus militare contiene 36 soldati. Se 1128 soldati vengono portati nella zona di allenamento, quanti autobus sono necessari?***" (Schoenfeld, 1987)

Frequentemente viene poi utilizzato dagli insegnanti il metodo dell'identificazione delle parole chiave per risolvere i problemi (come ad esempio "**mettere assieme**", "**restano**", "**meno di**" e così via).

Emblematiche sono le risposte date dai bambini, ma anche da insegnanti in formazione (si veda Bonotto & Wilczewski, 2007) al problema

"Quale sarà la temperatura dell'acqua in un contenitore se metti insieme 1 litro di acqua a 40° C e 1 litro di acqua a 20° C?"

problema che riprende uno di Nesher (1980).

Problema del capitano

Ci sono 26 pecore e 10 capre su di una nave, qual è l'età del capitano?
(IREM di Grenoble, 1980) poi ripreso da molti autori.

Contratto Didattico

I bambini fin dai primi anni della scuola primaria, vengono a stabilire con l'insegnante accordi ben precisi, espliciti, su come devono accettare lo schema generale di problema e su quale deve essere la loro attività, una volta assegnato il compito.

Si instaurano quindi regole implicite, profondamente radicate, per cui

- un problema matematico ha sempre una, ed una sola, risposta corretta, che si ottiene dalla semplice applicazione meccanica delle quattro operazioni aritmetiche
- vi è sempre solo un solo modo corretto per risolvere un problema matematico
- i numeri presenti nei problemi sono tutti necessari

Infine, la pratica dei problemi a parole è **relegata** alle attività in classe, ha cioè un suo senso ed una collocazione temporale e spaziale **solo all'interno della scuola**; raramente gli studenti incontreranno questo tipo di attività fuori dell'ambito strettamente scolastico.

Tutto questo fa emergere una **differenza** sulla funzione dei problemi a parole nella educazione matematica.

I ricercatori in didattica della matematica e gli estensori di molti nuovi curricula, tra cui quello italiano,

collegano i problemi a parole alle attività di

matematizzazione

modellizzazione matematica

Gli insegnanti generalmente riconoscono ai problemi a parole un altro ruolo, e cioè quello di essere sostanzialmente degli

ESERCIZI

nelle quattro operazioni fondamentali.

Questo ruolo ha pure una sua giustificazione ed una ragionevole collocazione all'interno dell'insegnamento della matematica, ma certo non quello

RIPASSIAMO L'ADDIZIONE

Osserva, leggi e completa.

Sul ramo del grande pino ci sono 8 pigne verdi e 6 pigne marroni. Quante pigne in tutto?

Dati: ...... pigne verdi
...... pigne marroni
? pigne in tutto

Operazione: 8 + 6 = ...

Risposta: In tutto le pigne sull'albero sono: ....

• Quale operazione hai eseguito?

....

Ricorda

L'addizione è l'operazione che serve a unire due quantità.
Con l'addizione calcoli quanti in tutto.

Se si vuole raccogliere l'invito presente in molti documenti nazionali

"*… l'insegnamento della matematica deve avviare gradualmente, a partire da campi di esperienza **ricchi** per l'allievo, all'uso del linguaggio e del ragionamento matematico, come strumenti per l'interpretazione del reale, non unicamente come bagaglio di nozioni*" (Matematica 2001, Documento Unione Matematica Italiana).

*"Caratteristica della pratica matematica è la risoluzione di problemi, che devono essere intesi come questioni **autentiche e significative**, legate spesso alla vita quotidiana, e non solo esercizi a carattere ripetitivo o quesiti ai quali si risponde semplicemente ricordando una definizione o una regola*" (Indicazioni Nazionali per i Piani di Studio Personalizzati nella Scuola Primaria, 2007, ripreso nelle Indicazioni Nazionali per il curricolo del 2012)

e in documenti della Comunità Europea riguardanti la competenza matematica

"La competenza matematica è l'abilità di sviluppare e applicare il pensiero matematico per risolvere una serie di problemi nelle situazioni quotidiane"

(Raccomandazioni del Parlamento e Consiglio Europei del 2006 sulle competenze chiave per il Lifelong Learning);

se l'obiettivo è **anche** preparare gli individui a "***sintonizzarsi adattivamente con i tipi di situazioni naturali che incontreranno fuori della scuola***", come auspicato da Resnick, 1995,

sono necessari dei cambiamenti nelle attività proposte.

CAMBIAMENTO "INTERNO"

Una possibilità è quella di modificare la tipologia di problemi proposti a scuola come ad esempio

-nel progetto *RME (Realistic Mathematics Education*), sviluppato dal Freudenthal Institute di Utrecht,

-nel gruppo di ricerca diretto da Verschaffel del *Centre for Instructional Psychology and Technology* dell'Università di Leuven.

Vengono presentate, anche nei libri di testo, varie tipologie di problemi (ad esempio **problemi con più soluzioni possibili**, o **problemi irrisolvibili**).

CAMBIAMENTO "ESTERNO"

Un'altra possibilità (che si può affiancare all'altra in quanto possono coesistere entrambe) è quella di sostituire i classici problemi a parole con un altro tipo di attività, che usano "***contesti ricchi e aperti alla matematizzazione***" (Freudenthal, 1994; Bonotto, 1999 e 2007).

Qui il termine **"contesto"** si riferisce a "***quel dominio della realtà che può essere matematizzato***", mentre il termine **"ricco"** sottolinea le molte opportunità di strutturazione che la situazione può offrire.

L'idea non è solo quella di motivare gli studenti attraverso contesti presi dalla vita di ogni giorno, ma di attingere a contesti che fanno parte delle esperienze reali degli studenti e che possono essere usati come punti di partenza per una ***matematizzazione progressiva*** (Gravemeijer, 1999),

al fine di favorire anche una disposizione verso la

modellizzazione matematica

e l'attivazione di processi non solo di

problem solving

ma anche di

problem posing

MODELLIZZAZIONE MATEMATICA

Il termine **modellizzazione matematica** non si riferisce solamente ad un processo in cui una situazione deve essere

problematizzata e capita,
tradotta in termini matematici,
trattata matematicamente,
riportata nella situazione originaria reale,
valutata,
comunicata.

Oltre a questo tipo di **modellizzazione**, che richiede che lo studente abbia già a disposizione qualche **modello matematico** e strumenti per matematizzare, c'è un altro tipo di modellizzazione, in cui le attività sono usate come veicolo ***per lo sviluppo*** (piuttosto che ***per l'applicazione***) di concetti matematici (Greer, Verschaffel & Mukhopadhyay, 2007).

MODELLIZZAZIONE EMERGENTE

Questo secondo tipo di modellizzazione è chiamato '**emergente**' in Gravemeijer ed è focalizzato sui **processi di apprendimento a lungo termine**, in cui un modello si sviluppa a partire da un modello informale e situato, '**un modello di**', in una struttura matematica generalizzabile, '**un modello per**'.

"L'idea è che gli studenti costruiscano modelli per sé e che questi modelli servano da base per lo sviluppo di conoscenza matematica formale. Per essere più precisi, all'inizio, si costituisce un modello come modello di una situazione legata al contesto specifico. Poi il modello viene generalizzato ... Perciò il modello cambia in carattere, diventa un'entità per proprio conto. In questa nuova forma può funzionare come una base, un modello per il ragionamento matematico a livello formale...... nell'educazione matematica realistica i modelli sono ispirati da strategie informali, sia usati dagli studenti o nella storia della matematica" (Gravemeijer, 1994).

MODELLIZZAZIONE EMERGENTE

I risultati di un studi da noi condotti (Bonotto, Basso, Baccarin & Feltresi, *IMSI*, 2013 e 2014) evidenziano come i bambini sappiano produrre strategie efficienti di calcolo informale attribuendo senso alle quattro operazioni aritmetiche che essi utilizzano per risolvere le situazioni problematiche presentate.

Gli alunni risolvono problemi numerici creando modelli alternativi alle usuali procedure di calcolo relative alle quattro operazioni aritmetiche.

SULLA MODELLIZZAZIONE

Anche se è molto difficile, se non impossibile, fare una distinzione tra i due aspetti della modellizzazione matematica, è chiaro che essi corrispondono a differenti fasi nel processo di insegnamento/apprendimento e a differenti attività per l'istruzione.

Ad esempio a livello di scuola primaria il focus può essere più sul secondo aspetto della modellizzazione matematica, a livello scuola secondaria (specie superiore), il focus può essere più sul primo aspetto.

D'altra parte il concetto di modello è presente nelle *Linee Guida* per il *triennio* (indirizzo economico, tecnologico) così come nelle *Indicazioni Generali, triennio* (Linee generali e competenze, e negli Obiettivi specifici di apprendimento).

SULLA MODELLIZZAZIONE

Noi riteniamo che una introduzione precoce di una idea di base sulla modellizzazione è non solo possibile ma anzi auspicabile anche a livello di scuola primaria.

L'attività di modellizzazione può rivelarsi un mezzo per riconoscere il potenziale della matematica come strumento critico per interpretare e capire la realtà in cui gli studenti vivono, la loro comunità di appartenenza o la società in generale.

Crediamo infatti che un importante obiettivo, per lo meno della scuola dell'obbligo, sia quello di insegnare ai ragazzi ad analizzare ed interpretare, anche criticamente, la realtà in cui sono immersi, a capirne codici e messaggi, per non restarne esclusi o fuorviati (Bonotto, 2007).

SULLA MODELLIZZAZIONE

Ovviamente le caratteristiche di **utilità e pervasività** della matematica sono solo due delle molteplici facce di questa disciplina e non possono certo esaurirne le peculiarità, il valore e la rilevanza culturali; ciò non di meno noi riteniamo che questi due elementi possano essere adeguatamente sfruttati dal punto di vista educativo per cercare di cambiare i comportamenti e gli atteggiamenti degli studenti nei confronti della matematica.

Queste attività, oltre a permettere agli studenti di riconoscere il potenziale della matematica come strumento critico per interpretare e capire la realtà in cui vivono, la loro comunità di appartenenza e la società in generale, in una prospettiva sempre più situata, hanno l'ulteriore vantaggio di favorire naturalmente l'attivazione di processi non solo di ***problem solving***, ma anche di ***problem posing***.

SUL PROBLEM POSING

Dopo oltre trent'anni di studi sul problem solving si è iniziato a riflettere sul fatto che sviluppare l'abilità di porre dei problemi matematici è importante almeno quanto sviluppare le abilità di risoluzione dei problemi.

"Problem posing is of central importance in the discipline of mathematics and in the nature of mathematical thinking, and it is an important companion to problem solving" ed ancora

"Problem formulating should be viewed not only as a *goal* of instruction but also as a *means* of instruction. The experience of discovering and creating one's own mathematics problems ought to be part of every student's education. Instead, it is an experience few students have today – perhaps only if they are candidates for advanced degrees in mathematics" (Kilpatrick, 1987).

SUL PROBLEM POSING

Negli Stati Uniti, ad esempio, *The Principles and Standards for School Mathematics* del 2000 richiedono che gli studenti "*formulate interesting problems based on a wide variety of situations, both within and outside mathematics*".

In Cina *The Interpretation of Mathematics Curriculum* (2001) sottolinea che le abilità degli studenti nel problem solving e nel problem posing dovrebbero essere messe in risalto e che gli studenti dovrebbero imparare a trovare dei problemi e a porsi dei problemi "*in and out of school of the context of mathematics*".

In Italia, nel 2001, l'Unione Matematica Italiana ha riconosciuto il problem posing come una delle attività significative da sviluppare all'interno dei nuclei fondanti del sapere matematico.

SUL PROBLEM POSING

"Di estrema importanza è lo sviluppo di un'adeguata visione della matematica, non ridotta ad un insieme di regole da memorizzare e applicare, ma riconosciuta e apprezzata come contesto per affrontare e ***porsi problemi significativ****i ...."* (Indicazioni Nazionali per il curricolo 2007 e 2012).

SUL PROBLEM POSING

Molti studi mettono in evidenza che attività di problem posing hanno avuto una influenza positiva sul pensiero degli studenti, sulle loro abilità nel problem solving, sul loro atteggiamento e fiducia e nella matematica e nel problem solving, ed anche sulla creatività (Bonotto 2006, 2013 e 2015; Bonotto & Dal Santo, 2015; English, 1998 e 2003; Leung, 1996; Silver, 1994).

SUL PROBLEM POSING

Noi consideriamo il problem posing come il processo secondo il quale **gli studenti**, in base alle loro esperienze, **costruiscono delle interpretazioni personali di situazioni concrete e le formulano come problemi matematici significativi**.

Per gli studenti questo processo diventa perciò una opportunità di interpretazione e di analisi critica della realtà.

Nelle nostre proposte il processo di problem posing è supportato dall'uso di opportuni **materiali/strumenti/artefatti** che possono servire a creare

- contesti ricchi e fortemente legati alla realtà quotidiana,
- situazioni di tipo semi-strutturato.

Si veda l'artefatto seguente usato nello studio descritto in Bonotto & Dal Santo (2015).

3 TROVA TUTTE LE INFORMAZIONI E I DETTAGLI SU Mirabilandia.it

Info e prenotazioni Tel. 0544 561156 Fax Verde 800 902263 Fax 0544 560195 booking@mirabilandia.it 4

TARIFFE GRUPPI 2011

Il biglietto di ingresso a Mirabilandia è valido **per due giorni consecutivi** ed include l'accesso a **tutte le attrazioni e a tutti gli spettacoli ad eccezione dell'Area Mirabilandia Beach.** Il primo giorno di utilizzo del biglietto deve coincidere con la data di emissione.

INGRESSO MIRABILANDIA

GRUPPO MISTO (Min. 20 persone paganti)	(1 gratuità ogni 10 persone paganti)	€ 24,00
GRUPPI SCUOLE*/COLONIE* (Min. 20 persone paganti)	(1 gratuità ogni 10 persone paganti)	€ 20,00
GRUPPI PARROCCHIE*/SENIOR (OVER 60) (Min. 20 persone paganti)	(1 gratuità ogni 10 persone paganti)	€ 20,00
BAMBINI (Fino a 100 cm)		Gratuito
DISABILI NON AUTOSUFFICIENTI		Gratuito
ACCOMPAGNATORI DI DISABILI		€ 20,00

* E' richiesta una lettera di presentazione della Scuola/Colonia/Parrocchia.
- Le tariffe Gruppi (compresa quella per l'ingresso a Mirabilandia Beach) vengono riconosciute esclusivamente alle comitive che hanno effettuato regolare prenotazione almeno **2 giorni prima della visita.**
- In mancanza di prenotazione, ai gruppi di minimo 20 persone che possono dimostrare di essere arrivati al Parco in pullman, sarà applicata la tariffa di € 26,00. In tal caso non saranno concesse gratuità.
- Ingresso omaggio per l'autista del pullman.

INGRESSO MIRABILANDIA BEACH

SUPPLEMENTO INGRESSO MIRABILANDIA BEACH GRUPPI (Min. 15 persone paganti)	(1 gratuità ogni gruppo)	€ 7,00
BAMBINI (Fino a 100 cm) E DISABILI NON AUTOSUFFICIENTI		Gratuito

Agli accompagnatori di disabili viene applicata la regolare tariffa di Euro 7,00. Il biglietto supplementare per l'ingresso a Mirabilandia Beach è acquistabile solo se si è in possesso di regolare e valido titolo per l'ingresso al Parco di Mirabilandia. La Promozione "*Il giorno dopo entri gratis!*" non è valida per l'accesso all'Area Mirabilandia Beach. Il visitatore che, usufruendo di questa promozione per il Parco di Mirabilandia, desideri avere accesso all'Area Mirabilandia Beach è tenuto a corrispondere il regolare supplemento di ingresso. Il biglietto è valido esclusivamente nella giornata di emissione e include l'utilizzo gratuito di: docce, spogliatoi, ombrelloni e lettini da spiaggia, secondo disponibilità.

MENU PER GRUPPI

MENÙ	LOCALE	TARIFFA	COMPOSIZIONE
PIZZA TIME	Pizza Time	€ 7,50	Trancio di pizza farcita, patatine fritte e bibita media a scelta.
AMARCORD	Bar del Laghetto	€ 7,50	Piadina farcita, patatine fritte e bibita media a scelta.
CLASSICO	Self Service Drive in	€ 11,00	Pasta al pomodoro, cotoletta di pollo con patatine fritte, 1/2 litro acqua.
APPETITOSO	Self Service Drive in	€ 13,00	Primo, secondo caldo con contorno e bibita, a scelta.
GHIOTTO	Self Service Drive in	€ 15,00	Primo, secondo caldo con contorno, dolce e bibita, a scelta.

Un buono pasto omaggio per ogni gruppo che prenota i pasti. Un buono ristorazione da € 10,00 per l'autista del pullman.
La Direzione del Parco si riserva la possibilità di modificare le condizioni e le tariffe senza alcun preavviso. I biglietti non sono rimborsabili anche in caso di maltempo, mancanza di elettricità o eventi di forza maggiore.

PREVENDITA BIGLIETTI MIRABILANDIA

ACQUISTA ANTICIPATAMENTE** CARNET* DI BIGLIETTI PER L'INGRESSO A MIRABILANDIA, A **TARIFFA SPECIALE!** **E' FACILE E CONVENIENTE!

I biglietti acquistati in prevendita sono a "data aperta" e pertanto sono validi per accedere a Mirabilandia, senza passare dalle casse, in una qualunque giornata di apertura della stagione 2011. Possono essere utilizzati anche per mini gruppi oppure individualmente! Chiama subito e preacquista i tuoi biglietti. Te li spediremo all'indirizzo richiesto.

PER INFORMAZIONI E ACQUISTI CONTATTA:
Ufficio Booking tel. 0544 561156 • booking@mirabilandia.it

*Offerta soggetta a quantitativi minimi di acquisto e riservata ad Aziende, Società private di trasporto con pullman e Cral (Circoli ricreativi dopolavoro).

LA RISTORAZIONE DI MIRABILANDIA

LE PROPOSTE SONO TANTISSIME, PER TUTTI I GUSTI E PER TUTTE LE ESIGENZE.

Alla *Locanda del Faro* si può scegliere *"à la carte"* ed assaporare la classica cucina italiana a base di carne e pesce o i piatti tipici romagnoli, ma il Parco offre anche un Self Service con cucina tradizionale, un ristorante con cucina messicana/pizzeria/griglieria, due Fast food (un *McDonald's* interno al Parco e un *McDrive* esterno, adiacente all'Area parcheggio) e tantissimi altri snack bar per veloci e gustosi intermezzi. Qualche esempio? Primi piatti, insalatone, tranci di pizza, bocconcini di pollo, patatine fritte, piadina farcita, hot-dog, kebab, ma anche frutta fresca, caramellata e al cioccolato! Per non parlare di gelati, granite e bibite di ogni tipo!
Ai **visitatori celiaci** viene riservata un'attenzione particolare: pietanze cucinate con **alimenti senza glutine** sono sempre disponibili durante gli orari di apertura dei ristoranti *Locanda del Faro, El Sombrero* e *Self Service Drive in.*
La prenotazione non è necessaria.

MENU PER GRUPPI

- Nel caso in cui il Gruppo desideri prenotare dei **Menu**, la scelta è tra ben **5 proposte**, che vanno **dallo snack veloce al pasto completo da consumare comodamente seduti.**
- I menu devono essere prenotati anticipatamente, insieme ai biglietti di ingresso. In tal caso il Capogruppo riceverà all'arrivo, insieme ai biglietti di ingresso, anche un numero di **Buoni Pasto** corrispondenti ai menu prenotati. I Buoni pasto potranno così essere distribuiti subito ai componenti del gruppo che, se lo desiderano, possono recarsi **individualmente** al Locale indicato sul Buono e ritirare la loro consumazione consegnando personalmente il Buono alla cassa.
- Non è indispensabile che tutti i partecipanti del gruppo acquistino il menu. Tuttavia, **per ogni tipologia di menu**, eventualmente richiesta da ciascun gruppo, è necessario scegliere **un minimo di 10 buoni pasto, su un totale di almeno 15 menu per ciascun gruppo.**
- Anche per i visitatori celiaci all'interno di un Gruppo è prevista la possibilità di consumare **alimenti senza glutine**. Questa esigenza deve essere comunicata al momento del ritiro del menu. In questo caso il pasto potrà essere ritirato o consumato rivolgendosi esclusivamente presso il *Self Service Drive in.*

E' IL TUO COMPLEANNO? SCONTO SPECIALE A MIRABILANDIA!

INGRESSO AL PARCO. Una ricorrenza speciale merita un dono speciale: tutti i visitatori che vengono al Parco nel giorno del loro compleanno **ricevono uno sconto del 50% sull'acquisto di un biglietto di ingresso individuale intero.** Il biglietto è valido per usufruire della promozione "Il giorno dopo entri gratis!". **E' necessario rivolgersi all'Ufficio Informazioni ed esibire un documento di identità con foto** (per i minori è sufficiente il tesserino sanitario).

FESTA DI COMPLEANNO. Se desideri organizzare una vera e propria festa di compleanno nel Parco, Mirabilandia ha preparato per te uno **speciale pacchetto: il festeggiato entra gratis** e non è indispensabile che il giorno del compleanno coincida con la data della festa!

PACCHETTO "FESTA DI COMPLEANNO"

- Partecipanti: min. 10 persone (incluso il festeggiato)
- Luogo della festa: *Self Service Drive in*
- € 10,50 per persona.

Il pacchetto prevede:
- INGRESSO GRATUITO PER IL FESTEGGIATO
- Buffet con torta e candeline, stuzzichini, bibite e spumante
- Intervento di una delle Mascotte del Parco per gli auguri di rito.
- Prenotazione: necessaria con 5 gg di anticipo

NOTA BENE: IL BIGLIETTO DI INGRESSO DEI PARTECIPANTI ALLA FESTA NON È INCLUSO NEL PACCHETTO
ATTENZIONE: TUTTI I BIGLIETTI DI INGRESSO -IN OMAGGIO PER IL FESTEGGIATO E A PAGAMENTO PER GLI ALTRI PARTECIPANTI ALLA FESTA- DANNO DIRITTO ALLA PROMOZIONE "IL GIORNO DOPO ENTRI GRATIS!".
La Direzione si riserva di modificare condizioni e tariffe senza preavviso.

SUL PROBLEM POSING

Durante queste attività gli studenti devono:

i) distinguere i dati significativi da quelli irrilevanti;

ii) scoprire le relazioni tra i dati;

iii) decidere se le informazioni in loro possesso sono sufficienti a risolvere il problema;

iv) ricercare se i dati coinvolti sono coerenti dal punto di vista numerico e contestuale.

Queste attività sono tipiche del **processo di modellizzazione**, e sono simili alle situazioni da matematizzare che gli studenti hanno incontrato o incontreranno fuori dalla scuola, e che quindi possono preparare gli individui a "***sintonizzarsi adattivamente con i tipi di situazioni naturali che incontreranno fuori della scuola***"(Resnick et al, cit).

CONTESTI RICCHI"

I processi di modellizzazione e di problem posing sono stati supportati nei nostri studi dall'uso di opportuni ***materiali/strumenti/artefatti*** che possono servire a creare dei "***contesti ricchi***" e fortemente legati alla realtà quotidiana (ad esempio scontrini, etichette, depliant, articoli di giornale, guide tv, telecomandi, ecc), o anche immaginaria.

L'importante è che il contesto sia **ricco e significativo** per lo studente. Esso, quindi, può essere legato al modo reale, ma anche al mondo fantastico o alla matematica o alle scienze (Bonotto & Passarella, 2019).

SUGLI ARTEFATTI CULTURALI

Gli artefatti culturali sono "***strumenti costruiti dall'uomo, dalla storia, dalla cultura, che modificano l'attività umana e che mediano i rapporti che bambini e adulti hanno con il mondo***" Pontecorvo [1997].

Essi oltre a racchiudere la storia intellettuale di una cultura, hanno spesso delle teorie incorporate al loro interno che i fruitori accettano, spesso inconsapevolmente, quando li usano [Cole, 1985].

Un artefatto è quindi un **rappresentante**, un **testimone** della società in cui viviamo, della cultura a cui apparteniamo, dei mezzi e modi di comunicare tipici della nostra epoca (ed anche i giochi, matematici e non, rientrano in questa categoria).

Chiunque ponga un po' di attenzione, cercando di vedere sotto altri occhi la realtà che lo circonda, può facilmente scoprire che c'è una grande quantità di matematica incorporata nella vita quotidiana.

"***Il nostro mondo ... è già stato matematizzato ad un tale livello che noi non ce ne accorgiamo neppure più, a meno che la nostra attenzione non sia attirata su questo fatto***".

Non si tratta di spogliare l'artefatto da ciò che sembra impedire l'emergere dei contenuti disciplinari

"***È sbagliato guardare al contesto come ad un rumore che disturba il messaggio chiaro della matematica: il contesto è il messaggio, e la matematica è lo strumento per decodificarlo***" (Freudenthal),

si tratta di strutturare l'artefatto, contesto ricco di informazioni, dando organicità alle diverse sezioni e individuando i legami reciproci fra esse.

Esempi di artefatti culturali usati nelle nostre esperienze in classe

18.10 SPORTSERA
18.30 TG2
18.50 10 MINUTI
19.00 L'ISOLA DEI FAMOSI
19.45 WARNER SHOW
20.15 CLASSICI DISNEY
20.30 TG2

21.00
E.R.
Attualità. Con Noah Wyle. Kovac, forte dell'esperienza fatta in Africa, torna al County. Morris, intanto, lascia l'ospedale.

22.40 TG2
22.50 L'ISOLA DEI FAMOSI 2
23.35 CONCERTO ANTONACCI
1.15 TG PARLAMENTO
1.25 SORGENTE DI VITA
1.55 METEO2
2.00 APP. AL CINEMA
2.05 MORTE DI UNA STREGA
2.50 TG2 SALUTE
3.05 LEGGENDE D'ITALIA
3.15 LO SGUARDO DENTRO
3.25 CERCANDO CERCANDO
4.00 IL POSTINO SUONA...

20.00 RAI SPORT TRE
20.10 BLOB
20.30 UN POSTO AL SOLE A Elena avrà modo di prendersi una piccola vendetta su Ferri, che avrà invece l'occasione di vedere le cose sotto una luce diversa.

21.00
CHI L'HA VISTO?
Attualità. Federica Sciarelli cerca di fare chiarezza sul caso di Alberto Genta. Al suo posto, infatti, è stato seppellito un altro.

23.05 TG3
23.10 TG REGIONE
23.20 TG3 PRIMO PIANO
23.40 MESTIERE DI VIVERE Campo dei Fiori a Roma: un luogo in cui si incrociano storie, in cui si sfiorano per pochi istanti le esistenze più diverse. Come quella di Gabriella, cronista di eventi mondani, o quelle di Alessandro e Daniele, che lavorano in un'agenzia di pompe funebri.
0.35 TG3

te l'uno, ha come protagonisti sedici concorrenti. Conduce Gerry Scotti.
19.20 GRANDE FRATELLO
19.40 PASSAPAROLA
20.00 TG5
20.30 STRISCIA LA NOTIZIA

21.00 FILM
A BEAUTIFUL MIND
Drammatico (Usa, 2001, 135') con Russel Crowe, Jennifer Connelly, Paul Bettany. Regia di Ron Howard.

23.15 GRANDE FRATELLO
23.30 COSTANZO SHOW
1.00 TG5 NOTTE
1.30 STRISCIA LA NOTIZIA
2.00 GRANDE FRATELLO
2.30 VOLERE O VOLARE
2.45 AMICI
3.30 SHOPPING BY NIGHT Attrezzi per il fitness, coltelli tagliatutto e utensili multiuso sono acquistabili con una telefonata.
4.00 CASA DOLCE CASA
4.35 I VIAGGIATORI

parla agli altri criceti.
17.20 TOPO GIGIO SHOW
17.55 CAMPIONI, IL SOGNO
18.25 MEDIASHOPPING
18.30 STUDIO APERTO
19.00 TUTTO IN FAMIGLIA
19.55 IL GIOCO DEI 9

21.05
MAI DIRE GRANDE FRATELLO
Varietà. La Gialappa's Band commenta con ironia quanto accaduto nella casa del GF.

22.20 LE IENE.IT
23.35 COLORADO CAFE LIVE Dalla Salumeria di Milano, i comici sono protagonisti di serate rigorosamente "live" di comicità. Nel cast figurano, tra gli altri, Enrique Balbontin, Maurizio Batista, Stefano Chiodaroli, I Gemelli Ruggeri, Marco Milano. Conducono Andrea Appi e Rossella Brescia.
1.00 STUDIO SPORT
1.25 MEDIASHOPPING

PIZZA AL CHIOTTONE

PIZZE

Mare e monti Pomodoro, mozzarella, frutti di mare, porcini	€ 9
Quattro stagioni Pomodoro, mozzarella, prosciutto, funghi, carciofi	€ 7
Frutti di mare Pomodoro, mozzarella, frutti di mare	€ 9
Diavola Pomodoro, mozzarella, salame piccante	€ 6
Margherita Pomodoro, mozzarella	€ 4
Funghi porcini Pomodoro, mozzarella, funghi porcini	€ 9
Prosciutto crudo Pomodoro, mozzarella, prosciutto crudo	€ 8
Calzone Pomodoro, mozzarella, prosciutto	€ 6
Wurstel Pomodoro, mozzarella, wurstel	€ 5
Pazza Pomodoro, mozzarella, patate fritte	€ 5
Salmone Pomodoro, mozzarella, salmone	€ 8
Marinara Pomodoro, aglio, origano	€ 3

Coperto € 2
Supplemento € 1

BIBITE

Lattine	€ 2
Acqua	€ 1
Vino	€ 3
Birra	€ 2

La duplice natura di questi artefatti, di essere contemporaneamente "***materiali***" ed "***ideali***", in altra parole quella di appartenere sia al mondo della vita sia al mondo dei simboli, rende infatti possibile muoversi in modo significativo tra i due ambiti, dalle situazioni di riferimento ai concetti e, viceversa, dai concetti alle situazioni di riferimento, in un processo di "andate e ritorni" che non può che "rafforzare le rispettive comprensioni" (Bonotto, 1999).

Questo processo viene chiamato dalla scuola di pensiero olandese di '***matematizzazione orizzontale***' (si veda Treffers, 1987, ripreso da Freudenthal, cit). Viene così a crearsi un utile *ponte di collegamento* tra contesto scolastico ed extra-scolastico, in cui i bambini possono costantemente mantenere la significatività dei propri ragionamenti ed il controllo delle proprie inferenze (Bonotto, 2007).

Ma un diverso uso di tali artefatti culturali può offrire lo spunto per fare anche della '***matematizzazione verticale***', dai concetti sui concetti.

Questa si manifesta quando si fanno diventare i simboli, i fatti matematici incorporati, oggetti da mettere in relazione, da modificare o manipolare, su cui riflettere, rilevandone proprietà, facendo congetture (Bonotto, 2007).

'matematizzazione orizzontale'

situazioni del mondo reale ----→ **concetti matematici**

⇕ *'matematizzazione verticale'*

situazioni del mondo reale ←---- **concetti matematici**

Nella fase in cui gli artefatti culturali vengono spogliati di alcuni dati [come in alcune esperienze con gli scontrini] essi diventano ancpra più esplicitamente ***strumenti di mediazione e di integrazione*** tra conoscenze extrascolastiche e scolastiche, tra esperienze interne ed esterne alla scuola e, se opportunamente utilizzati, possono anche creare nuovi obiettivi nella pratica didattica.

In questo nuovo ruolo l'artefatto culturale può infatti servire ad introdurre nuove conoscenze matematiche in un modo particolarmente significativo e motivante, in quanto agganciato alle situazioni della vita di ogni giorno.

Si è presentato il seguente scontrino:

PROSCIUTTO DI PARMA

kg	L./kg	L.
0,210	38 900	......

In questo caso le consegne sono state le seguenti:

1) *Secondo te, il dato mancante sarà un numero maggiore o minore di 38900?*

2) *Senza fare calcoli precisi, sapresti calcolare pressappoco l'importo?*

3) Ora prova a calcolare l'importo esatto.

Estratto della discussione:

I: *In base a tutte le operazioni che abbiamo fatto, se io faccio una moltiplicazione tra due numeri il numero che viene fuori è più grande di uno dei due? Pensateci.*

M: *Lei vuole chiedere se moltiplicare vuol dire ottenere numeri più grandi di quelli da cui partiamo, oppure no.*

Elena: *Dipende dai numeri che ci sono nell'operazione.*

I: *Allora moltiplicare non vuol dire esclusivamente…*

Filippo: *ottenere un numero più alto*

Viola: *più grande*

I: *Si ottiene un numero più grande se …*

Viola: *se ci sono i numeri naturali*

I: *Naturali, va bene, ma per quanto riguarda i decimali?*

Viola: *Può essere più piccolo*

I: *Quando è più piccolo?*

Alex: *Quando c'è un numero più piccolo di 1.*

I: *Anche con i numeri decimali si può ottenere un numero maggiore dei fattori…*

Filippo: *Se c'è un numero maggiore di 1 ottengo un risultato più grande.*

RISTORANTE
"QUARTA C"
Via Mazzini, 26
Desenzano del Garda (BS)
18/04/2005

		€uro
1	Cheyenne Chicken	6, 8 0
1	Apache	6, 0 0
1…………………………………………		
2	Acqua minerale (0,50)	2, 4 0

……………………………………………

TOTALE……………………..€ 2 0, 5 0

GRAZIE E ARRIVEDERCI

Al Ristorante


TAGLIERI
€ 6,50
€ 6,50
€ 6,50
HAMBURGER
I piatti sono composti da maxi hamburger da 150 gr. servito con pane, patatine fritte e salsa fatta in casa.
Apache € 6,00
Hamburger con cipolla, pomodoro fresco e cetriolini
Navajo € 6,20
Hamburger con formaggio fuso
Geronimo € 6,70
Hamburger con bacon grigliato
Dakota € 7,20
Hamburger con bacon grigliato e formaggio fuso
Nuvola Rossa € 6,70
Hamburger con cipolla in padella, formaggio fuso e lattuga
Cavallo Pazzo € 6,70
Hamburger con julienne di peperoni in padella, formaggio fuso e lattuga
CARNI GRAND CANYON
Le nostre specialità a base di carni rosse.
€ 9,80
€ 12,50
€ 14,00
€ 24,50
€ 4,00
CARNI WHITE MOUNTAIN
Cheyenne Chicken € 6,80
Petto di pollo alla griglia con bacon
Chicken Wings € 6,00
Alette di pollo fritte particolarmente speziate
SPECIALITÀ TEX-MEX
€ 4,60
€ 5,90
€ 6,90
€ 6,90
INSALATONE
Insalatona Colorado € 3,50
Insalata verde, rucola, pomodoro pachino, carote
Insalatona Montana € 4,60
Insalata verde, bacon, uovo sodo, pomodoro pachino
Insalatona Arizona € 5,80
Insalata verde, rucola, pollo, salsa Caesar
DOLCI
Brownie € 4,00
Dolce al cioccolato n.1 in America
Cheesecake € 4,00
Torta di pasta frolla con formaggio e salsa alla frutta
Soufflé Due Lune € 4,00
Soufflé al cioccolato/caffè
Carrot Cake € 3,50
Torta di carote
Gelato Crema/Cioccolato € 3,00
MENÙ PICCOLO LUPO:
Hamburger da 80 gr, patatine fritte con ketchup, Coca Cola piccola
€ 5,30
DRINKS
ACQUA & SUCCHI
Acqua Minerale 0,50 PET ………. € 1,20
Acqua Minerale 0,75……………… € 2,10
Succhi di frutta…………………… € 2,10
BIBITE SPINA
Coca/Fanta/Tonica/Lemon
0,30….. € 1,80
0,50….. € 2,90

Qual è il dato mancante?
Se decidono di dividere alla romana quanto pagherà ognuno?

20,50 : 3 = 6,83333
25
10
10
10
10
10

I. Secondo voi come ci dobbiamo comportare con questi numeri periodici... Per esempio nel nostro caso?

P 745. Io ho arrotondato e così ognuno deve pagare € 6,83...

P 756. Ma se ognuno paga € 6,83 viene in tutto € 20,49 e il conto é € 20, 50... Quindi secondo me c'è qualcuno che deve mettere un centesimo in più.

P 757. Secondo me non è giusto... devono mettere tutti gli stessi soldi e quindi mettono tutti € 6,84 così viene in totale € 20,52. Ci sono due centesimi in più e il resto di solito al ristorante si lascia di mancia.

P 750. Anche per me è meglio fare così e i due centesimi in più se non si vogliono lasciare di mancia si possono mettere via per la prossima cena tutti insieme.

CARATTERISTICHE DEGLI ARTEFATTI USATI

1. Essi contengono **una molteplicità di numeri** e promuovono l'insorgere di ragionamenti tipici delle esperienze extrascolastiche, creando una **nuova tensione** tra la matematica scolastica e la realtà di ogni giorno, con la sua matematica incorporata. Essi infatti fanno parte della realtà esperienziale del bambino, consentendogli di riferirsi a delle situazioni concrete e permettendogli così di sviluppare dei ragionamenti significativi e nello stesso tempo di monitorarli.

2. I dati contenuti sono reali e quindi i risultati dei calcoli spesso devono essere **interpretati e/o arrotondati** proprio come avviene nei contesti extrascolastici.

3. I dati, non scelti ad hoc dagli autori (come avviene nei testi scolastici), possono stimolare nei bambini curiosità di tipo "anticipatorio", ed offrire così la possibilità di affrontare argomenti non previsti [favorendo un "***apprendimento di tipo anticipatorio*"** **("*anticipatory learning*") o per "*organizzazione anticipata*"**, come descritto in Freudenthal, 1994], e di fare collegamenti significativi.

CARATTERISTICHE DEGLI ARTEFATTI USATI

4. Essi appartengono alla realtà quotidiana degli alunni e quindi possono rivestire un doppio ruolo (Bonotto, 2007): favorire la

"**matematizzazione del quotidiano**"

(in quanto si portano all'interno del contesto scolastico oggetti, o loro riproduzioni, appartenenti alla realtà quotidiana dei bambini) e la

"**quotidianizzazione della matematica**"

(in quanto si possono stimolare i bambini a osservare l'enorme quantità di matematica presente nei contesti extrascolastici).

5. La caratteristica non artificiale e complessa di questi materiali e la loro natura extrascolastica possono favorire la connessione con le altre discipline (ad es. storia, geografia, scienze, italiano) e quindi **attività interdisciplinari**.

CARATTERISTICHE DEGLI ARTEFATTI USATI

6. La familiarità con questi materiali può aiutare a **dissolvere le paure comuni e le ansie** che solitamente accompagnano l'apprendimento della matematica.

"Questo non è un problema. I problemi sono pieni di parole… e poi quelli non riesco a farli perché non capisco bene. Questi sì perché tutti sanno leggere il menù del ristorante e poi il mio papà ha un ristorante!".

"Nello scontrino povero di parole ma ricco di significati impliciti, si ribalta la situazione rispetto all'usuale problema di compra-vendita, che risulta spesso ricco di parole, ma povero di riferimenti significativi" (Bonotto, 1999).

7. La significatività e l'originalità di questi artefatti può favorire **l'interesse e la motivazione**.

CARATTERISTICHE DEGLI ARTEFATTI USATI

Essi, infine, si differenziano notevolmente dal materiale strutturato utilizzato comunemente nella pratica didattica: quest'ultimo è uno strumento costruito artificialmente, legato all'ambito scolastico, fortemente semplificato e decontestualizzato.

"I blocchi logici sono un esempio tipico di successi, che possono essere mietuti con materiale fortemente strutturato; successi ben miseri, ottenuti grazie all'amore della facilità. Il materiale ricco, aperto alla strutturazione, che offre più numerose opportunità didattiche, richiede di più e quindi è meno facile da sfruttare" (Freudenthal, cit).

Invitando poi gli allievi

- **a recuperare artefatti culturali presenti nella loro vita di ogni giorno,**
- **a leggervi la parte di matematica incorporata,**
- **a riconoscervi alcuni fatti matematici, più o meno nascosti,**
- **ad interpretarli,**
- **a vederne analogie e differenze**

[ad esempio modi diversi di rappresentare i numeri],

- **a porsi dei problemi**

[trovare rapporti tra i dati, anticipare proprietà, e così via],

noi possiamo far riconoscere loro un'ampia varietà di situazioni esterne alla scuola come *situazioni matematizzabili*.

In questo modo si possono moltiplicare quanto si vuole le occasioni di incontro tra studenti e matematica, ora relegate alle sole aule e ore scolastiche, dando avvio ad una vera attività di matematizzazione del reale, ed alla formazione di un diverso atteggiamento nei confronti di questa disciplina.

Non è comunque il materiale in se' ed in isolamento che risulta di supporto per l'insegnante, ma è piuttosto l'uso dell'artefatto ed i significati che da esso si sviluppano come risultato di attività.

"Gli artefatti assumono un significato matematico solo nell'attività, in base a come gli individui li organizzano come mezzi per raggiungere precisi obiettivi matematici" **(Saxe, 2002).**

Riveste quindi un ruolo importante anche l'utilizzo di una varietà di metodologie didattiche tra di loro complementari, integrate ed interattive (verbalizzazioni scritte, lavori in coppia o di gruppo, discussioni collettive, interventi dell'insegnante in fase di istituzionalizzazione del sapere),

e lo stabilire una nuova cultura in classe, cercando di cambiare anche le convinzioni, credenze ed atteggiamenti, sia degli studenti sia degli insegnanti, nei confronti della matematica, anche attraverso **nuove norme socio-matematiche** (Yackel & Cobb, 1996).

NORME SOCIO-MATEMATICHE

L'insegnante

- **dà un senso al problema**
cercando di fare avanti-indietro tra l'interpretazione del problema ed il controllo di procedure e risultati;
- **incoraggia gli studenti ad usare metodi propri**
esplorandone l'utilità e l'adeguatezza riguardo al problema;
- **stimola gli studenti a riflettere sulle proprie convinzioni, misconcetti e strategie**
- **sottolinea l'esistenza di soluzioni o strategie diverse**
- **incoraggia gli studenti a confrontare strategie diverse.**

CONCLUSIONI

Dobbiamo però riconoscere che l'utilizzo degli artefatti a scuola richiede un cambiamento di atteggiamento da parte degli insegnanti: essi devono

- cercare di valorizzare le esperienze e le conoscenze maturate fuori dalla scuola;
- vedere la matematica incorporata nel mondo reale come punto di partenza per attività da fare in classe, predisponendo dei "contesti ricchi" (Freudenthal);
- conoscere le idee e pratiche presenti nelle comunità culturali, etniche, linguistiche degli allievi;
- instaurare in classe un clima che favorisca la socializzazione del sapere piuttosto che la trasmissione esclusiva tra docente e insegnante;
- favorire attività alternative ma di supporto al *problem solving* come per esempio il *problem posing*.

Si può impostare tutto l'insegnamento della matematica nel modo qui suggerito?

Probabilmente NO

Ci rendiamo infatti conto che nella pratica didattica queste esperienze devono essere affiancate da attività più usuali, di rinforzo, di calcolo, secondo prassi ormai consolidate.

" *Una antinomia molto di moda nell'insegnamento e nell'apprendimento della matematica è quella che si verifica quando si mette da una parte di un profondo abisso*

delle nobili idee come: intuizione, comprensione, pensiero,

e dall'altra parte

delle cose basilari come: esercizio, routine, abilità, memorizzazione, algoritmi ...

suggerendo che l'apprendimento per intuizioni è una nobile teoria, mentre la pratica è imparare con l'esercizio e la memorizzazione. Tuttavia le cose non sono così semplici e non lo sono mai state ....

anzitutto perché la questione non è di scegliere una delle sponde dell'abisso, ma di gettare un ponte ...", Freudenthal, 1994.

Riteniamo però che alcune esperienze di questo tipo, per il loro valore paradigmatico, oltre a servire da motivante trampolino di lancio per l'apprendimento di nuove conoscenze, almeno ad un primo stadio, possano contribuire a cambiare l'atteggiamento dello studente nei confronti della matematica.

Bibliografia

Bonotto C. (1992). Uno studio sul concetto di numero decimale e di numero razionale. *L'ins. della matematica e delle scienze integrate*, 15A, n.5, 415-448.

Bonotto C. (1993). Origini concettuali di errori che si riscontrano nel confrontare numeri decimali e frazioni. *L'ins. della Matematica e delle Scienze Integrate*,16A, n.1, 9-45.

Bonotto C. (1995). Sull'integrazione delle strutture numeriche nella scuola dell'obbligo. *L'Ins. della Matematica e delle Scienze Integrate,* 18A, n.4, 311-338.

Bonotto C. (1996). Sul modo di affrontare i numeri decimali nella scuola dell'obbligo. *L'ins. della matematica e delle scienze integrate*, 19A, n.2, 107-132.

Basso M, Bonotto C. (1996). Un'esperienza didattica di integrazione tra realtà extrascolastica e realtà scolastica riguardo ai numeri decimali. *L'Insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate*, 19A, n.5, 423-449.

Bibliografia

Bonotto C. (1999). Sull'uso di artefatti culturali nell'insegnamento/apprendimento della matematica. *L'Educazione Matematica,* Anno XX, Serie VI, Vol. 1(2), 62-95.

Bonotto C. (2007). *Quotidianizzare la Matematica*, La Biblioteca Pensa Multimedia, Lecce, 2007.

Bonotto C., Baroni M. (2011). I classici problemi a parole nella Scuola Primaria Italiana: si possono sostituire o affiancare con un altro tipo di attività?

I Parte, *L'Insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate*, vol. 34(A), n.1, pp. 9-40,

II Parte, *L'Insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate*, vol. 34(A), n.3, pp. 125-160.

Bonotto C., Basso M., Baccarin F. & Feltresi M. (2010). Il calendario come veicolo per la modellizzazione matematica. *L'Ins. della Matematica e delle Scienze Integrate,* vol. 33(A), n.1, 9-45

Bibliografia

Bonotto C., Basso M., Baccarin F. & Feltresi M. (2013). Sul senso delle operazioni aritmetiche e degli algoritmi. Prima parte. *L'Insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate,* vol. 36(A), n.4, 325-356.

Bonotto C., Basso M., Baccarin F. & Feltresi M. (2014). Sul senso delle operazioni aritmetiche e degli algoritmi. Seconda parte. *L'Insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate,* vol. 37(A), n.3, pp. 226-256.

Bonotto, C. & Dal Santo L. (2015). Problem posing, problem solving e creatività in matematica: come promuovere e valutare questi aspetti nella scuola primaria. *L'Insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate,* vol. 38(A), n.2, pp. 107-150.

Bonotto C. & Passarella S. (2019). Modellizzazione e problem posing come strumenti e traguardi dell'educazione matematica, *L'Insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate,* 42A(4), 469-488.

Bonotto C., & Wilczewski E. (2007). I problemi di matematica nella scuola primaria: sull'attivazione o meno di conoscenze di tipo realistico. In Bonotto C. *Quotidianizzare la Matematica,* Lecce: La Biblioteca Pensa Multimedia, 101-134.

Bibliografia

Brousseau G. (1984). *The Crucial Role of the Didactical Contract in the Analysis and Construction of Situations in Teaching and Learning mathematics*. In H. Steiner (ed.) *Theory of Mathematics Education* (pp. 110-119), Bielefeld: Institut fur Didaktik der Mathematik der Universitat Bielefeld:.

D'Ambrosio U. (1995). Etnomatematica: teoria e pratica pedagogica', *L'Educazione Matematica*, Anno XVI, Serie IV, 2 (3), 147-159.

Freudenthal H. (1991). *Revisiting mathematics education. China Lectures*. Dordrecht: Kluwer [trad. ital. *Ripensando l'educazione matematica. Lezioni tenute in Cina* (a cura di C. F. Manara), Brescia: La Scuola, 1994].

Gravemeijer, K. (1999). How emergent models may foster the constitution of formal mathematics. *Mathematical Thinking and Learning. An International Journal*, 1(2), 155-177.

Pontecorvo C. (1997). Apprendere nei contesti. *Studi e Documenti degli Annali della P.I.*, 78, 384-396.

Bibliografia

Resnick L.B. (1987). Learning in school and out, *Educational Researcher*. 16(9), 13-20, tradotto in Pontecorvo, Ajello, Zucchermaglio (a cura di) *I contesti sociali dell'apprendimento* (pp. 61-83), Led, Milano, 1995.

Resnick, L.B., Nesher, P., Leonard, F., Magone, M., Omanson, S. and Peled, I. (1989). Conceptual bases of arithmetic errors: the case of decimal fractions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20 (1), 8-27.

Resnick L.B. (1995). Razionalismo situato. In O. Liverta Sempio & A. Marchetti (eds) *Il pensiero dell'altro* (pp. 73-95), Milano: Raffaello Cortina.

Saxe, B. G. (2002). Children's developing mathematics in collective practices: A framework for analysis. *Journal of the Learning Sciences*, 11 (2/3), 275-300.

Yackel, E., & Cobb, P. (1996). Classroom sociomathematical norms and intellectual autonomy. *Journal for Research in Mathematics Education, 27,* 458–477.