

LABORATORIO FUNZIONI

Conclusioni: cenni di analisi a posteriori

Problema «Intersezione»

- Un fallimento totale:

| points | Occ 0 | Occ 1 | Occ 2 | Occ 3 | Occ 4 | Total | m |
|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-----|
| Cat. 7 | 654 | 153 | 38 | 9 | 12 | 866 | 0,4 |
| Cat. 8 | 438 | 124 | 43 | 18 | 21 | 644 | 0,5 |
| Cat. 9 | 98 | 39 | 10 | 4 | 6 | 157 | 0,6 |
| Cat. 10 | 82 | 34 | 3 | 12 | 26 | 157 | 1,1 |
| tot | 1272 | 350 | 94 | 43 | 65 | 1824 | 0,5 |

- Ha prevalso la strategia grafica di completare il disegno, ma la difficoltà di fare un disegno preciso o di contare i quadretti ha prodotto l'insuccesso
- Questa strategia era indotta dal testo
- Il disegno funziona solo se si prendono dei riferimenti che consentono di mantenere la pendenza corretta (punti, scalette...)
- La lettura del grafico presenta alcune ambiguità legate al riconoscimento di quali punti delle rette coincidono con nodi della quadrettatura

Passaggio da «intersezione» a «robot»

| Oggetto della modifica | Modifica | Motivazione |
|--------------------------|---|--|
| Disegno | Uso di <u>punti</u> al posto delle <u>rette</u> | Non indurre necessariamente l'idea di prolungare i segmenti di retta fino ad incontrarsi Eliminare l'ambiguità su quali punti delle rette coincidono con nodi della quadrettatura e quali no Lasciare la possibilità di percorsi diversi, come un percorso a <u>scala</u> (suggerito dal testo con la specifica degli spostamenti orizzontali e verticali) Lasciare la libertà di focalizzarsi solo sui punti per calcolare più facilmente la <u>pendenza</u> delle rette (a questo scopo i punti sono più numerosi rispetto al problema Intersezione per favorire la scoperta di una regolarità) |
| Testo: parte descrittiva | Presenza della descrizione a parole dei percorsi dei due robot a integrazione del disegno | Favorire il coordinamento fra il registro <u>grafico</u> e quello <u>verbale</u> |
| Testo: richieste | Introduzione di una richiesta preliminare sull'esistenza di un punto comune Cambiamento nella richiesta: dal numero di <u>quadretti</u> orizzontali/verticali al numero di <u>salti</u> Proposta della ricerca di una distanza minima | Collegare il concetto di <u>pendenza</u> di una retta a quello di <u>parallelismo</u> di due rette Focalizzare l'attenzione sul processo <u>discreto</u> dei salti piuttosto che sulla traiettoria dei robot (processo <u>continuo</u>) Precisione del concetto di <u>distanza</u> |

Problema «robot»

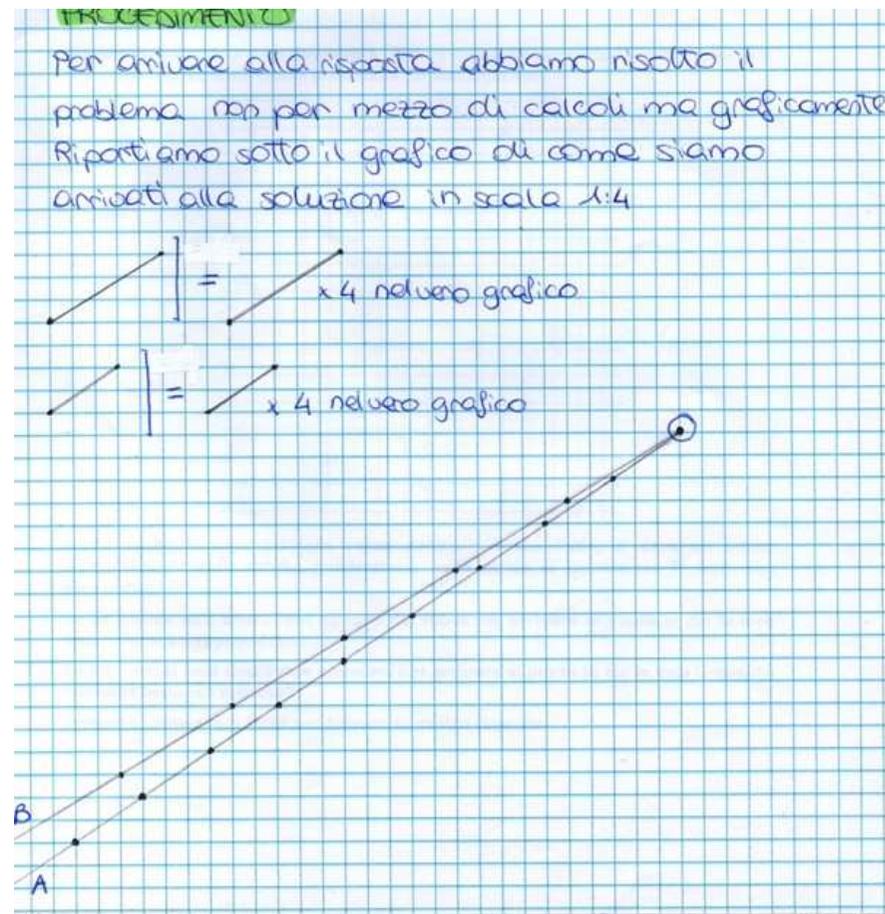
- Una migliore riuscita, ma...
- Alcune delle difficoltà riscontrate nel problema Intersezione, sono state meglio comprese nel problema dei robot; tuttavia, data la ricchezza e la complessità della situazione, altre questioni sono emerse, in alcuni casi non previste dall'analisi a priori.

| points | Occ 0 | Occ 1 | Occ 2 | Occ 3 | Occ 4 | Total | m |
|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-----|
| Cat. 7 | 658 | 322 | 146 | 62 | 85 | 1273 | 0,9 |
| Cat. 8 | 383 | 218 | 126 | 59 | 70 | 856 | 1,1 |
| Cat. 9 | 81 | 55 | 27 | 13 | 32 | 208 | 1,3 |
| Cat. 10 | 55 | 32 | 33 | 21 | 52 | 193 | 1,9 |
| tot | 1177 | 627 | 332 | 155 | 239 | 2530 | 1,1 |

A differenza del problema “Intersezione” la richiesta del problema non è di localizzare il punto di intersezione ma di contare quanti salti compie ciascun robot per arrivare a tale punto. Ogni salto di A si compone di uno spostamento orizzontale di 3 quadretti, verticale di 2 quadretti e “diagonale” di $\sqrt{13}$ e ogni salto di B si compone di uno spostamento orizzontale di 5 quadretti, verticale di 3 quadretti e “diagonale” di $\sqrt{34}$ quadretti. Quindi nel salto sono presenti molteplici informazioni e chi si concentra sullo spostamento “diagonale” rischia di essere penalizzato, per la difficoltà di gestire numeri irrazionali che richiedono dimestichezza con il calcolo simbolico (radicali) o necessità di approssimazione. Inoltre si rilevano parecchie risposte «non si incontrano» giustificate dal fatto che $\sqrt{13}$ e $\sqrt{34}$ non hanno un multiplo comune.

Molto interessanti sono poi gli intrecci tra gli atteggiamenti dei ragazzi e le loro conoscenze matematiche nel segmento scolastico delle categorie 9 e 10.

In un elaborato, ad esempio, c'è la riduzione in scala 1:4 che consente di gestire in maniera ottimale la risoluzione.



GARA DI CORSA

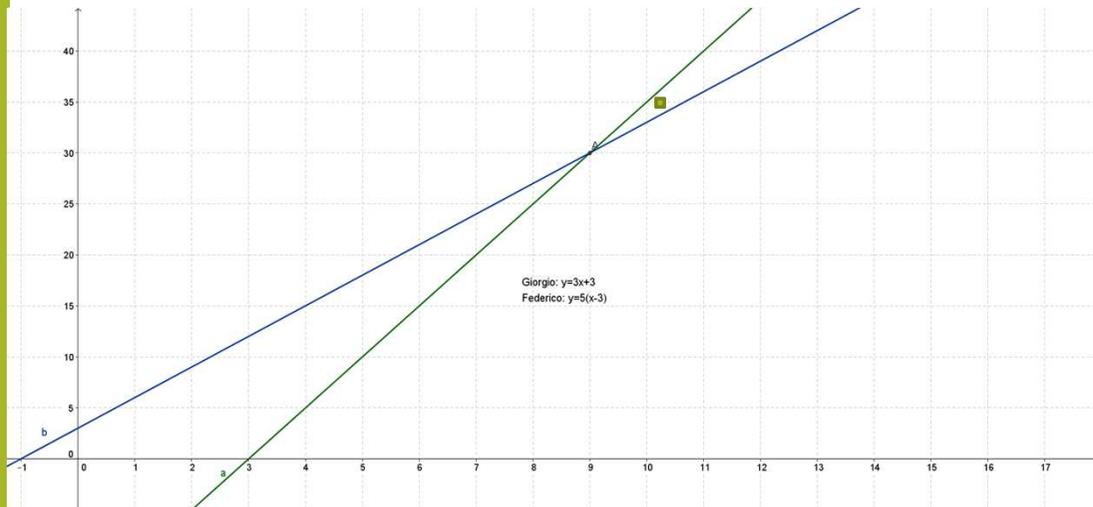


Grafico tempi, distanze
 $y=3x+3$ Giorgio
 $y=5(x-3)$ Federico

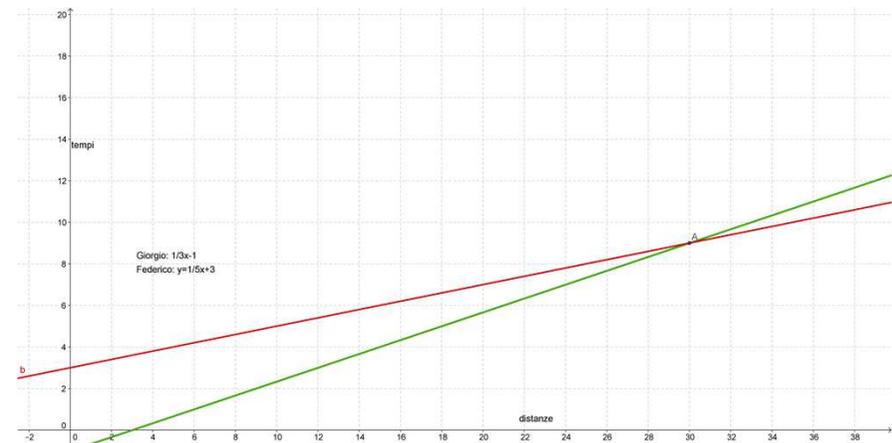


Grafico distanze, tempi
 $y=1/3x-1$
 $y=1/5x+3$

Gara di corsa

- Il problema «Gara di corsa» può essere risolto con un grafico cartesiano, sul quale si «legge» immediatamente la soluzione, che corrisponde :
 - al punto $(9,30)$ nel piano tempi/distanze,
 - oppure al punto $(30,9)$ nel piano distanze/tempi.
- E' possibile ricavare il grafico anche senza scrivere la legge del moto: basta determinare due punti occupati dai due ragazzi durante la corsa e scrivere le equazioni delle rette per due punti

L'oggetto **funzione**, nella forma algebrica e cartesiana, è uno **strumento per risolvere problemi**.

Anche strategie e rappresentazioni alternative contengono comunque implicitamente l'oggetto funzione:

ci sono due variabili legate da una relazione lineare, i tempi e le distanze percorse.

Problema C in due versioni :

L'ESCURSIONE CICLISTICA

Due amici, Gianni e Piero, partono insieme una domenica alle 8 per un'escursione di 100 km. Gianni viaggia a 20 km/h e Piero a 30 km/h. Piero fora al 50-esimo km e deve trovare una gomma da sostituire. In tutto la riparazione dura 1h 20 min. Alla fine dell'escursione, i due amici si ritrovano per fare il punto.

A che ora Gianni supererà Piero che è in vantaggio?

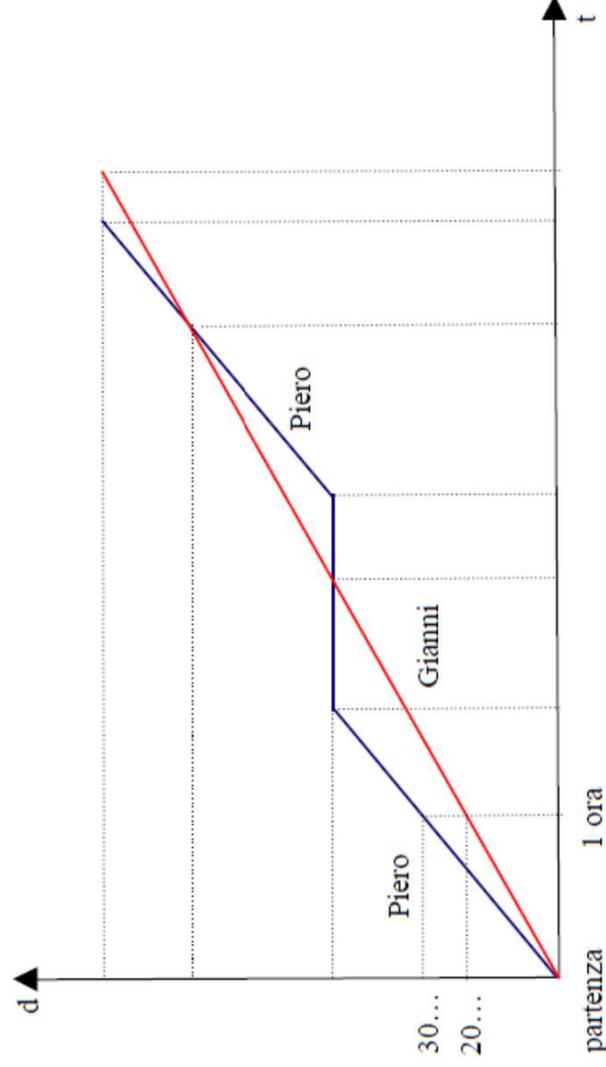
A che ora ciascuno arriverà alla fine dei 100 km?

Piero, dopo la foratura, avrà raggiunto Gianni?

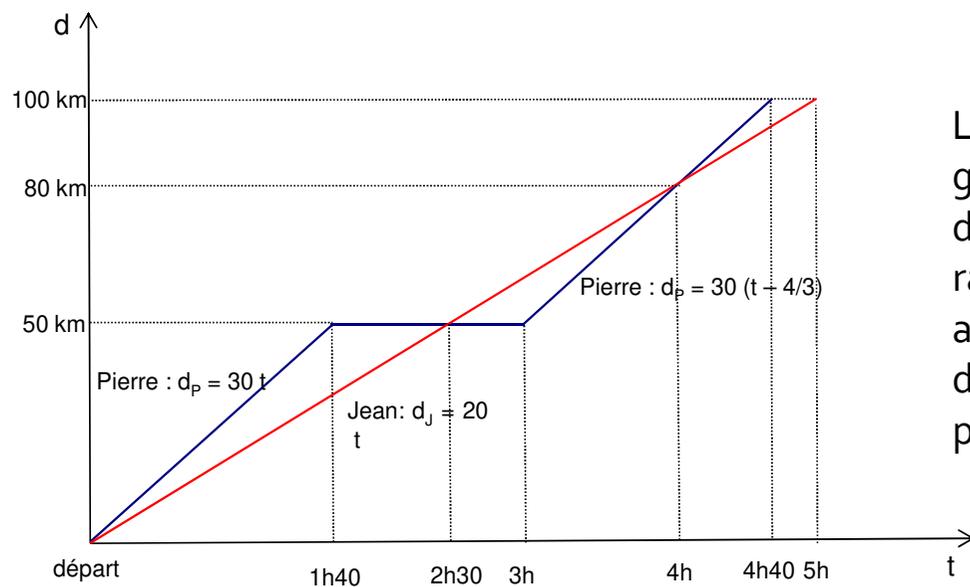
Se sì a che ora?

La versione C1 riportava anche il grafico seguente con la richiesta:

Mostrate i calcoli che avete fatto e completate il grafico indicando le distanze e i tempi mancanti .



L'escursione ciclistica

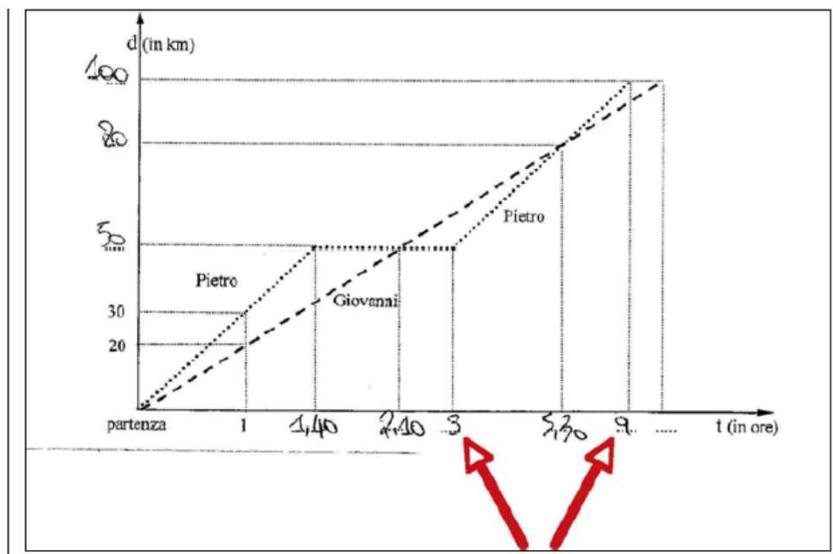


La migliore descrizione sarebbe di dare un grafico delle distanze percorse in funzione del tempo, simile a quello che segue. Tale rappresentazione suppone di avere acquisito un primo approccio della nozione di funzione. Le precisazioni chieste possono allora essere risolte graficamente.

Analisi a posteriori

A Parma, la media dei punteggi attribuiti a 35 elaborati di cat. 9 è 2,1 (media internazionale: 1,7) e per i 29 elaborati di cat. 10 la media è 2,0 (media internazionale: 1,6).

Si tratta, quindi, di un problema di media difficoltà e non si notano progressi dalla cat. 9 alla cat. 10. Il 54 % degli elaborati di cat. 9 e il 72 % di cat 10 completano il grafico completamente o parzialmente, la coppia generalmente mancante è quella che rappresenta il superamento di Giovanni da parte di Pietro (4 ore, 80 km).



Un grafico con valori errati che fa pensare al mancato utilizzo per la risoluzione

Strategie prevalentemente aritmetiche:
Pochissimi hanno utilizzato il grafico, e soprattutto per leggere il sorpasso di uno degli amici